

### 1.3. Геометрические построения

Деление окружности на равные части можно выполнять с помощью циркуля (рисунок 1), треугольников (рисунок 2), таблицы (таблица 1)

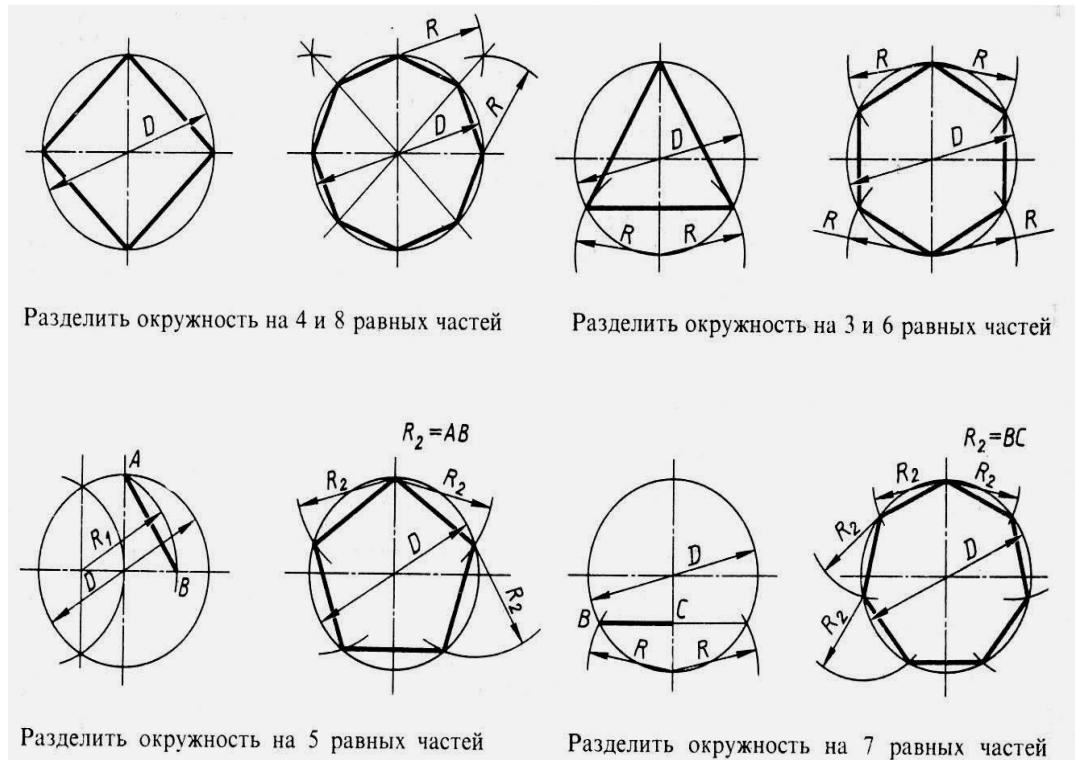


Рисунок 1 – Деление окружности на равные части с помощью циркуля



Рисунок 2 – Деление окружности на равные части с помощью треугольников

#### Сопряжение

Плавный переход прямой линии в дугу или одной дуги в другую называют сопряжением.

Для построения сопряжения надо найти центры, из которых проводят дуги, т. е. центры сопряжений (рисунок 3).

Таблица 1 Табличный способ деления окружности на равные части

Число делений окружности	Длина хорды	Число делений окружности	Длина хорды
3	$0,86603 \times d$	15	$0,20791 \times d$
4	$0,70711 \times d$	16	$0,19509 \times d$
5	$0,58779 \times d$	17	$0,18375 \times d$
6	$0,50000 \times d$	18	$0,17365 \times d$
7	$0,43388 \times d$	19	$0,16460 \times d$
8	$0,38268 \times d$	20	$0,15643 \times d$
9	$0,34202 \times d$	21	$0,14904 \times d$
10	$0,30902 \times d$	22	$0,14232 \times d$
11	$0,28173 \times d$	23	$0,13617 \times d$
12	$0,25882 \times d$	24	$0,13053 \times d$
13	$0,23932 \times d$	25	$0,12533 \times d$
14	$0,22252 \times d$		

где  $d$  – диаметр окружности

Затем нужно найти точки, в которых одна линия переходит в другую, т. е. точки сопряжений.

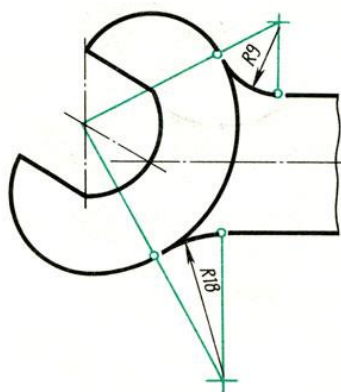


Рисунок 3 – Элементы сопряжений

При построении контура изображения сопрягающиеся линии нужно доводить точно до этих точек. Точка сопряжения лежит на перпендикуляре, опущенном из центра  $O$  дуги на сопрягаемую прямую (рисунок 4, а), или на линии  $O_1O_2$ , соединяющей центры сопрягаемых дуг (рисунок 4, б). Следовательно, для построения любого сопряжения дугой заданного радиуса нужно найти центр сопряжения и точку сопряжения.

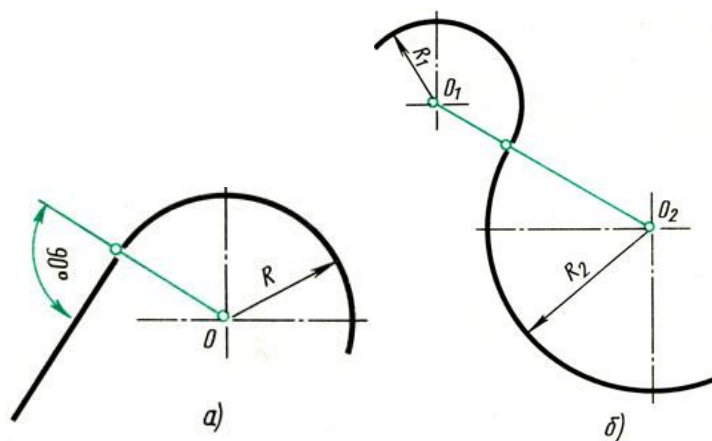


Рисунок 4 – Определение точки сопряжения

**Сопряжение двух пересекающихся прямых дугой заданного радиуса.** Даны пересекающиеся под прямым, острым и тупым углами прямые линии (рисунок 5, а). Нужно построить сопряжения этих прямых дугой заданного радиуса  $R$ .

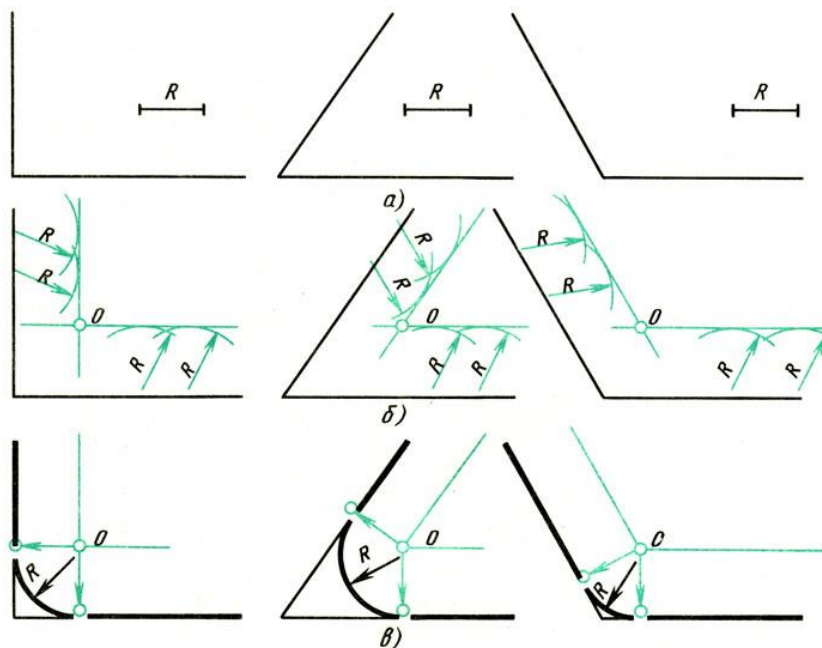


Рисунок 5 – Сопряжение двух пересекающихся прямых

Для всех трех случаев применяют общий способ построения.

1. Находят точку  $O$  – центр сопряжения, который должен лежать на расстоянии  $R$  от сторон угла в точке пересечения прямых, проходящих параллельно сторонам угла на расстоянии  $R$  от них (рисунок 5, б).

Для построения прямых, параллельных сторонам угла, из произвольных точек, взятых на прямых, раствором циркуля, равным  $R$ , делают засечки и к ним проводят касательные.

2. Находят точки сопряжений (рисунок 5, в). Для этого опускают перпендикуляры из точки  $O$  на заданные прямые.

3. Из точки  $O$ , как из центра, описывают дугу заданного радиуса  $R$  между точками сопряжений (рисунок 5, в).

**Сопряжение двух параллельных прямых.** Заданы две параллельные прямые и на одной из них точка сопряжения  $m$  (рисунок 6, а). Требуется построить сопряжение.

Построение выполняют следующим образом:

1. Находят центр сопряжения и радиус дуги (рисунок 6, б). Для этого из точки  $m$  на одной прямой восставляют перпендикуляр до пересечения с другой прямой в точке  $n$ . Отрезок делят пополам.

2. Из точки  $O$  - центра сопряжения радиусом  $O_m = O_n$  описывают дугу до точек сопряжения тип (рисунок 6, в).

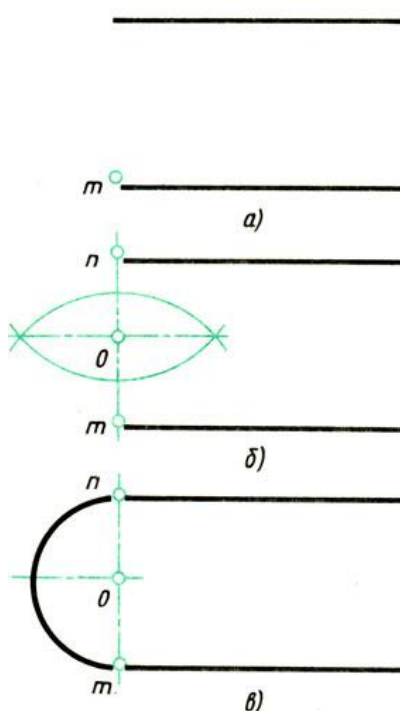


Рисунок 6– Сопряжение двух параллельных прямых

**Проведение касательной к окружности.** Задана окружность с центром  $O$  и точка  $A$  (рисунок 7, а). Требуется провести из точки  $A$  касательную к окружности.

1. Точку  $A$  соединяют прямой с заданным центром  $O$  окружности.

Строят вспомогательную окружность диаметром, равным  $OA$  (рисунок 7, а). Чтобы найти центр  $O_1$  делят отрезок  $OA$  пополам.

2. Точки  $m$  и  $n$  пересечения вспомогательной окружности с заданной – искомые точки касания. Точку  $A$  соединяют прямой с точками  $m$  или  $n$  (рисунок 7, б). Прямая  $Am$  будет перпендикулярна к прямой  $Om$ , так как угол  $AmO$  опирается на диаметр.

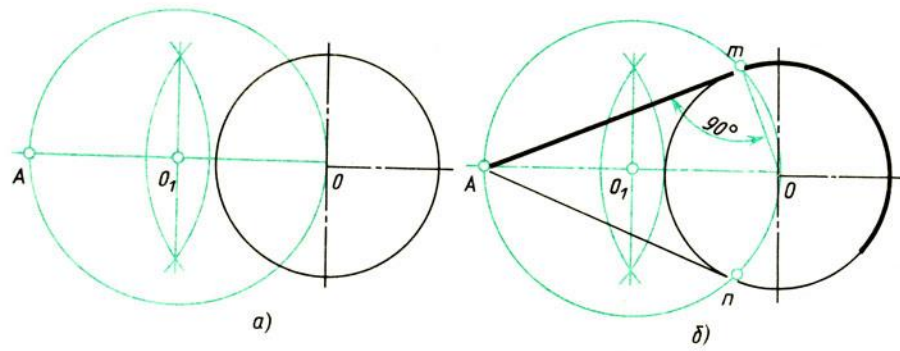


Рисунок 7 – Построение касательной к окружности

**Сопряжение двух окружностей прямой линией.** Заданы две окружности радиусом  $R$  и  $R_1$ . Требуется построить касательную к ним, рисунок 8.

Различают два случая касания: внешнее (рисунок 8, б) и внутреннее (рисунок 8, в).

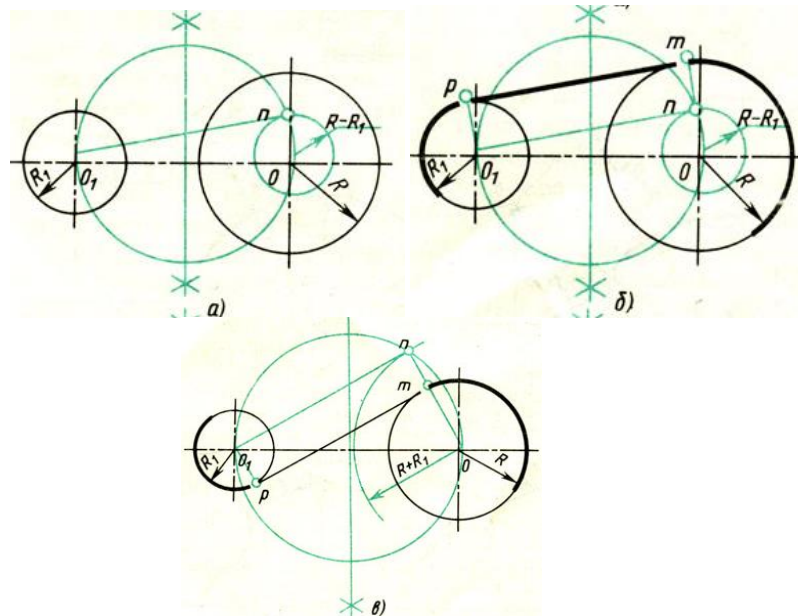


Рисунок 8 – Построение касательной к двум окружностям

При *внешнем* касании построение выполняют следующим образом:

1. Из центра  $O$  проводят вспомогательную окружность радиусом, равным разности радиусов заданных окружностей, т. е.  $R - R_1$  (рисунок 8, а). К этой окружности из центра  $O_1$  проводят касательную  $O_1m$ . Построение касательной показано на рисунке 7, б.

2. Радиус, проведенный из точки  $O$  в точку  $p$ , продолжают до пересечения в точке  $m$  с заданной окружностью радиусом  $R$ . Параллельно радиусу  $O_1m$  проводят радиус  $O_1p$  меньшей окружности. Прямая, соединяющая точки сопряжений  $m$  и  $p$ , - касательная к заданным окружностям (рисунок 8, б).

При *внутреннем* касании построение проводят аналогично, но вспомогательную окружность проводят радиусом, равным сумме радиусов  $R + R_1$  (см. рисунок 8, в). Затем из центра  $O_1$  проводят касательную к вспомогательной окружности (см. рисунок 7, б). Точку  $n$  соединяют радиусом с центром  $O$ . Параллельно радиусу  $On$  проводят радиус  $O_1p$  меньшей окружности. Искомая касательная проходит через точки сопряжений  $m$  и  $p$ .

**Сопряжение дуги и прямой линии дугой заданного радиуса.** Заданы дуга окружности радиусом  $R$  и прямая. Требуется соединить их дугой радиусом  $R_1$ , рисунок 9.

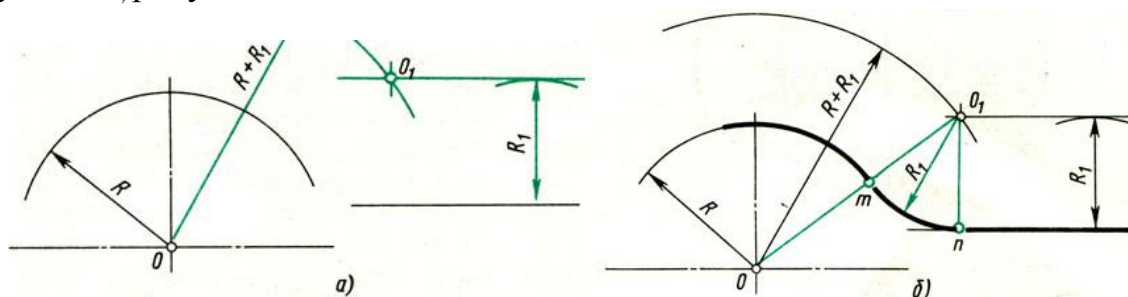


Рисунок 9 – Сопряжение дуги окружности и прямой

1. Находят центр сопряжения (рисунок 9, а), который должен находиться на расстоянии  $R_1$  от дуги и от прямой. Такому условию соответствует точка пересечения прямой линии, параллельной заданной прямой, проходящей от нее на расстоянии  $R_1$ , и вспомогательной дуги, отстоящей от заданной также на расстоянии  $R_1$ . Поэтому проводят вспомогательную прямую, параллельную заданной прямой, на расстоянии, равном радиусу сопрягающей дуги  $R_1$  (рисунок 9, а). Раствором циркуля, равным сумме заданных радиусов  $R + R_1$ , описывают из центра  $O$  дугу до пересечения с вспомогательной прямой. Полученная точка  $O_1$  - центр сопряжения.

2. По общему правилу находят точки сопряжения (рисунок 9, б). Соединяют прямой центры сопрягаемых дуг  $O_1$  и  $O$ . Опускают из центра сопряжения  $O_1$  перпендикуляр на заданную прямую.

3. Из центра сопряжения  $O_1$  между точками сопряжения  $m$  и  $n$  проводят дугу, радиус которой равен  $R_1$  (см. рисунок 9, б).

**Сопряжение двух дуг окружности дугой заданного радиуса.** Заданы две дуги радиусами  $R_1$  и  $R_2$ . Требуется построить сопряжение дугой, радиус которой задан, рисунок 10.

Различают два случая касания: внешнее (рисунок 10, б) и внутреннее (рисунок 10, в). В обоих случаях центры сопряжений должны быть,

расположены на расстоянии, равном радиусу дуги сопряжения, от заданных дуг. По общему правилу - на прямых линиях, соединяющих центры сопрягаемых дуг, находят точки сопряжения.

Ниже приведен порядок построения сопряжения для внешнего и внутреннего сопряжения.

*Для внешнего касания.* 1. Из центров  $O_1$  и  $O_2$  раствором циркуля, равным сумме радиусов, заданной и сопрягающей дуг, проводят вспомогательные дуги (рисунок 10, а); радиус дуги, проведенной из центра  $O_1$ , равен  $R + R_3$ , а радиус дуги, проведенной из центра  $O_2$ , равен  $R_2 + R_3$ . На пересечении вспомогательных дуг расположен центр сопряжения - точка  $O_3$ .

2. Соединив прямыми точку  $O_1$  с точкой  $O_3$  и точку  $O_2$  с точкой  $O_3$ , находят точки сопряжения  $m$  и  $n$  (рисунок 10, б),

3. Из точки  $O_3$  раствором циркуля, равным  $R_3$ , между точками  $m$  и  $n$  описывают сопрягающую дугу.

*Для внутреннего касания* выполняют те же построения, но радиусы дуг берут равными разности радиусов сопрягающей и заданной дуг, т.е.  $R_4 - R_1$  и  $R_4 - R_2$ . Точки сопряжения  $p$  и  $k$  лежат на продолжении линий, соединяющих точку  $O_4$  с точками  $O_1$  и  $O_2$ .

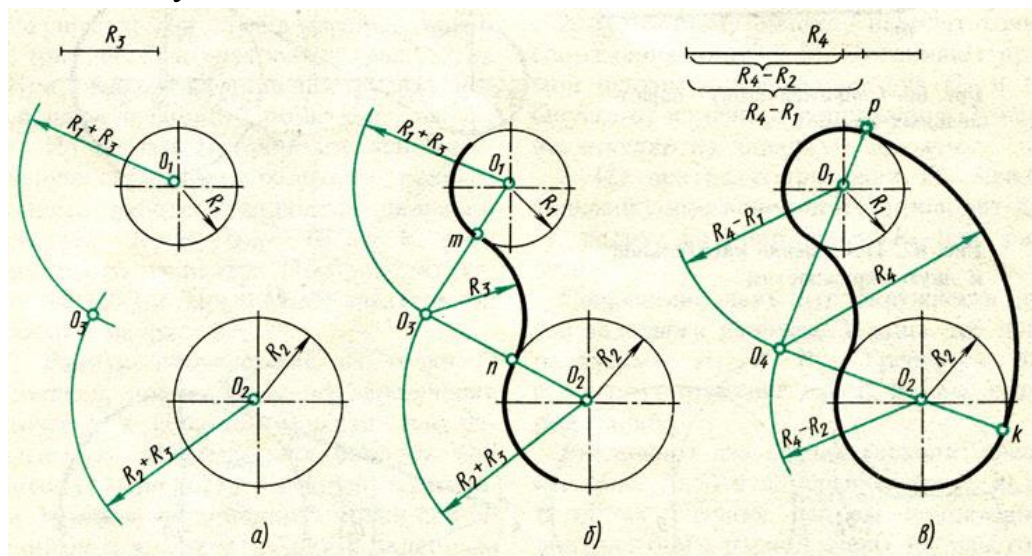


Рисунок 10 – Сопряжение двух дуг окружности

### Практическое задание

По данным своего варианта (приложение А), выполнить построение изображения. Поставить размеры.

# Приложение А

## Задания к практическому занятию

