

1.2. Средства измерений. Погрешности измерений и средств измерений. Обработка результатов измерений

Факторы, влияющие на погрешности измерений

Точность – показывает как близко измеренное значение к истинному значению измеряемого параметра.

Пример. Прибору, имеющему полную шкалу 10 В, приписывается точность $\pm 1\%$. Это значит, что при любом отсчете стрелка прибора может отклоняться от истинного значения не более, чем на $\pm 0,1$ В. Если прибор показывает 9 В, то истинное значение может быть от 9,1 до 8,9 В. Если прибор показывает 2 В, то ошибка будет возрастать до 10 %. Следовательно, для большей точности следует выбирать подходящий диапазон шкалы измерительного прибора.

Прецизионность – показывает как точно или отчетливо можно произвести отсчет. Она определяется тем, насколько близки друг к другу результаты двух идентичных измерений.

Разрешение прибора – наименьшее изменение измеряемого значения, на которое прибор будет реагировать.

Диапазон прибора – определяется минимальным и максимальным значениями входного сигнала, для приема которого он предназначен.

Полоса пропускания прибора – разность между минимальной и максимальной частотами, для которых он предназначен. Если сигнал находится за пределами полосы пропускания прибора, то будут возникать ошибки, так как прибор не сможет следовать изменениям измеряемого сигнала.

Чувствительность – определяется отношением выходного сигнала (показания прибора) к входному сигналу (измеряемой величине).

Шумы – любой сигнал, который не несет полезной информации, может быть назван шумом и служит источником ошибок. Шумы могут быть механическими, электрическими, магнитными. Они могут быть уменьшены путем защиты прибора от вибраций, электростатических и магнитных полей. Шумы могут возникать в самом приборе и уменьшение их уровня обеспечивается тщательным конструированием.

Значащие цифры – указывают на прецизионность прибора.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислить факторы, влияющие на погрешность измерений.
2. Что такое полоса пропускания прибора?
3. Чем определяется диапазон прибора?
4. Виды шумов и способы их уменьшения.
5. Чем характеризуется прецизионность прибора?

Классификация погрешностей

Погрешность – отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

Классификационные признаки:

1) в зависимости от источника возникновения:

♦ *субъективная* – зависит от оператора, несовершенства его органов чувств, небрежности, невнимания;

♦ *аппаратурная* – обусловлена погрешностями применяемых средств измерений;

♦ *внешняя* – обусловлена внешними условиями;

♦ *методическая* – происходит от несовершенства метода измерений;

♦ *энергетическая* – обусловлена потреблением средством измерения мощности от объекта исследования, к которому средство измерения подключается;

2) в зависимости от условий применения средства измерения:

♦ *основная* – возникает при нормальных условиях;

♦ *дополнительная* – возникает при отклонении значения одной из влияющих величин от

нормального значения;

3) в зависимости от способа выражения:

♦ *погрешности измерительных приборов* (абсолютная, относительная, приведенная);

♦ *погрешности измерений* (абсолютная и относительная);

4) по закономерностям проявления:

♦ *систематическая* – не изменяет от измерения к измерению ни величину, ни знак, или изменяется по известному закону. Ее можно исключить путем внесения поправок;

♦ *случайная* – не подчиняется какому-либо известному закону и возникает от различных причин. Учесть и исключить ее невозможно;

♦ *промах* – грубая погрешность, сильно искажающая результат измерения;

5) по характеру поведения измеряемой величины в процессе измерения:

♦ *статическая* – погрешность средства измерения, используемого для измерения постоянной величины;

♦ *погрешность средства измерения в динамическом режиме* – погрешность средства измерения, используемого для измерения переменной во времени величины;

♦ *динамическая* – разность между погрешностью средства измерения в динамическом режиме и его статической погрешностью, соответствующей значению величины в данный момент времени.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое погрешность?

2. Классификационные признаки погрешностей.

3. Классификация погрешностей в зависимости от источника возникновения.

4. Классификация погрешностей в зависимости от условий применения средств измерения.

5. Виды погрешности по закономерности проявления.

6. Погрешности измерений и измерительных приборов.

7. Классификация погрешностей по характеру поведения измеряемой величины в процессе измерения.

Литература [14, с. 11 – 13].

Виды погрешностей измерительных приборов

Существуют следующие *виды погрешностей* средств измерений:

1) абсолютная погрешность – разность между показанием прибора ($A_{п}$) и действительным значением измеряемой величины ($A_{д}$):

$$\Delta = A_{п} - A_{д}.$$

За истинное (действительное) значение измеряемой физической величины принимают показания эталонного измерительного прибора или среднее арифметическое значение ряда измерений;

2) относительная погрешность, которая более полно характеризует точность измерения, выражается в процентах и бывает двух видов:

♦ *действительная относительная погрешность*, равная отношению абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины, выраженная в процентах:

$$\delta_{д} = \frac{\Delta}{A_{д}} \cdot 100;$$

♦ *номинальная относительная погрешность*, равная отношению абсолютной погрешности к измеренному значению исследуемой величины:

$$\delta_{н} = \frac{\Delta}{A_{п}} \cdot 100;$$

3) приведенная (класс точности прибора) – отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению, выраженная в процентах:

$$\gamma = \frac{\Delta_{\max}}{L} \cdot 100,$$

$$\Delta_{\max} = \frac{L}{\alpha} = c,$$

где L – верхний предел измерений (нормирующее значение);

α – число делений шкалы прибора;

c – цена деления.

Для приборов с равномерной шкалой за нормирующее значение принимают большее из значений шкалы, если нулевая отметка находится в начале шкалы, либо арифметическая сумма обоих конечных значений шкалы, если нулевая отметка находится внутри рабочей части шкалы.

Вопросы для самопроверки

1. Абсолютная погрешность.
2. Виды относительной погрешности.
3. Класс точности прибора.
4. Что такое нормирующее значение?

Литература [9, с. 14 – 15].

Классы точности измерительных приборов

Класс точности – обобщенная характеристика средства измерения, определяемая пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей, значения которых устанавливаются в стандартах на отдельные виды средств измерений.

Класс точности измерительного прибора (ИП) характеризует его свойство в отношении точности, но не является непосредственным показателем точности измерений, проводимых с помощью этого прибора. Возможные значения статической погрешности будут тем меньше, чем ближе показания прибора к конечному значению шкалы.

Класс точности ИП равен приведенной погрешности, выраженной в %. Класс точности определяет наибольшую (предельную) допустимую погрешность прибора в рабочей части шкалы. Согласно ГОСТу стрелочные электрорадиоизмерительные приборы делятся на 9 классов точности. По классу точности показывающих приборов можно определить их наибольшую абсолютную погрешность, которую может иметь прибор в любой точке шкалы без учета знака (табл. 1).

Класс точности устанавливают на заводе при калибровке по образцовому прибору в нормальных условиях. При этом показание образцового прибора принимают за действительное значение измеряемой величины.

Пример 1. Имеется вольтметр со шкалой 0 – 100 В, класса точности 1,5. Определить основную абсолютную погрешность прибора на любой отметке его шкалы.

Таблица 1

Классы точности стрелочных приборов

Класс точности	Приведенная погрешность, %	Группа приборов
1	0,02	Образцовые приборы, применяемые для поверки и градуировки рабочих приборов
2	0,05	
3	0,1	
4	0,2	
5	0,5	Лабораторные приборы массового применения
6	1,0	
7	1,5	Технические приборы
8	2,5	
9	4,0	

Решение. $\Delta = \frac{\gamma}{100} \cdot L = \frac{1,5}{100} \cdot 100 = 1,5 \text{ В.}$

При этом на отдельных отметках шкалы она может быть 1,5 В; < 1,5 В или равна нулю.

Пример 2. Пусть в результате калибровки вольтметра магнитоэлектрической системы со шкалой 0 – 50 В на отметках шкалы прибора: 0, 10, 20, 30, 40, 50 В получены следующие значения абсолютной погрешности: 0,2, 0,2, 0, 0,3, 0,5, 0,9 В. Определить приведенную погрешность поверяемого вольтметра.

Решение. $\gamma = \frac{\Delta_{\max}}{L} \cdot 100 = \frac{0,9}{50} \cdot 100 = 1,8 \%$.

По ГОСТу класса точности 1,8 нет, поэтому класс точности вольтметра равен 2,5.

Вопросы для самопроверки

1. Чем характеризуется класс точности измерительного прибора?
2. Классы точности стрелочных электроизмерительных приборов.
3. Что определяет класс точности?
4. Какие классы точности имеют приборы массового применения?

Математическое описание случайных погрешностей

При измерениях чаще всего распределение случайных погрешностей происходит по нормальному закону.

Закон нормального распределения случайных погрешностей устанавливает зависимость между количеством случайных погрешностей и их величиной.

На рис. 4 показаны три кривые нормального распределения для различных значений средней квадратичной погрешности $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$. Математическое выражение нормального закона Гаусса:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\Delta)^2}{2\sigma^2}}.$$

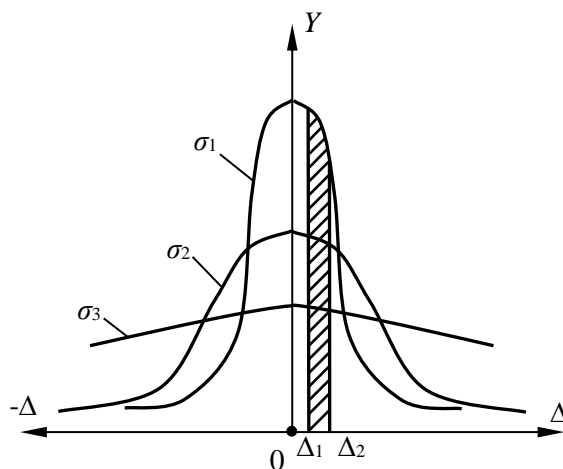


Рис. 4

По оси абсцисс откладывают значения абсолютных погрешностей (Δ), по оси ординат – их количество или частоту. Малые погрешности встречаются чаще, очень большие – редко.

Вероятность появления погрешности со значением от Δ_1 до Δ_2 определяется площадью заштрихованного участка. Она зависит от высоты (т.е. количества появления погрешностей) и величины выбранного интервала $\Delta_1 - \Delta_2$.

При нормальном законе распределения вероятность появления случайных погрешностей W в интервале от Δ_1 до Δ_2 вычисляется как интеграл от функции y

$$W = \int_{\Delta_1}^{\Delta_2} y(t) dt.$$

Обработка результатов многократных измерений

Многokратные измерения проводят для нахождения более точного значения измеряемой величины.

При достаточно большом количестве измерений наиболее достоверным является результат, полученный как среднее арифметическое отдельных результатов измерений $A_1, A_2 \dots A_n$:

$$A_{cp} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n},$$

где n – количество измерений.

Чаще всего случайная погрешность оценивается средней квадратичной погрешностью (σ)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{n}},$$

где $\Delta_1 = A_1 - A_0$;

$$\Delta_2 = A_2 - A_0;$$

.....

$\Delta_n = A_n - A_0$ – абсолютные погрешности;

$$A_0 = A_{действит.}$$

На практике действительное значение измеряемой величины, как правило, неизвестно. Поэтому вместо него используют среднее арифметическое, а вместо абсолютных случайных погрешностей (Δ) – остаточные погрешности α (это разность между средним арифметическим значением и результатом отдельного измерения)

$$\alpha_1 = A_{cp} - A_1,$$

$$\alpha_2 = A_{cp} - A_2,$$

.....

$$\alpha_n = A_{cp} - A_n.$$

Среднеквадратичная погрешность результата отдельного измерения

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2}{n-1}}.$$

Так как среднее арифметическое значение результата является наиболее вероятным, то и случайная погрешность его будет меньше, чем у результата отдельного измерения.

Средняя квадратичная погрешность среднего арифметического значения:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Таким образом, увеличение количества повторных измерений (n) приводит к уменьшению случайной погрешности среднего арифметического значения результата.

Литература [12, с. 66 – 76], [17, с. 43 – 46], [18, с. 14 – 15].

Погрешности прямых многократных измерений

Многokратные измерения одной и той же физической величины позволяют уменьшить случайную составляющую погрешности измерения. Если бы можно было найти среднее значение результата отдельного измерения, то случайная составляющая погрешности измерения была бы полностью исключена, так как среднее значение случайной величины есть величина не случайная. Однако для этого потребовалось бы бесконечное количество измерений. На практике оно всегда конечно, и вместо среднего значения можно найти лишь его оценку.

Оценки числовых характеристик законов распределения вероятности случайных величин (среднего значения, дисперсии), изображаемые точкой на числовой оси, называются *точечными*; интервалом – *интервальными*.

В отличие от самих числовых характеристик оценки являются случайными величинами, причем их значения зависят от числа измерений, а распределение вероятности – от закона распределения вероятности отдельного измерения.

Оценки должны удовлетворять **трём условиям**:

1) быть состоятельными (т.е. при увеличении числа измерений оценка сходится по вероятности к истинному значению оцениваемого параметра);

2) несмещенными (математическое ожидание ее должно равняться истинному значению оцениваемого параметра);

3) эффективными (т.е. дисперсия данной оценки должна быть меньше, чем дисперсия любой другой оценки).

Перечисленным требованиям удовлетворяет такая точечная оценка среднего значения, как среднеарифметическое

$$A = \frac{1}{n} \sum a_i,$$

где a_i – результат отдельного измерения с учетом поправок;

n – число измерений.

Дисперсия среднеарифметического выражается следующей формулой

$$D(A) = \overline{(A - \bar{a})^2} = \frac{\sigma^2}{n},$$

т.е. в n раз меньше дисперсии отдельного измерения.

Среднеквадратическое отклонение отдельного измерения (σ), также как и среднее значение (\bar{a}) нельзя оценить экспериментально. При конечном числе измерений (n) вместо него можно найти лишь его состоятельную, несмещенную и эффективную оценку:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum (a_i - A)^2},$$

откуда следует, что точечная оценка среднеквадратического отклонения результата многократного измерения

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum (a_i - A)^2}.$$

Таким образом, увеличивая число измерений, случайную составляющую погрешности многократного измерения можно сделать пренебрежимо малой по сравнению с систематической. Такой прием называется фильтрацией случайной составляющей погрешности измерения.

Вопросы для самопроверки

1. Почему на практике вместо среднего значения прямых многократных измерений можно найти лишь его оценку?

2. Что такое точечные и интервальные оценки?

3. Каким условиям должны удовлетворять оценки?

4. Что представляет собой среднеарифметическое и его дисперсия?

5. Как определить точечную оценку среднеквадратического отклонения результата многократного измерения?

Погрешности косвенных измерений

Косвенные методы измерения можно разделить на два вида:

Определяемое значение зависит:

♦ от одного измеряемого значения;

♦ нескольких измеряемых значений.

Формулы для расчета абсолютных среднеквадратических, а также относительных ошибок для обоих видов косвенных измерений приведены в табл. 2. Необходимо обратить внимание на то, что измерение значения функции ($X - Y$) может сопровождаться большими относительными погрешностями при малых разностях, поэтому такое измерение не всегда допустимо.

Вопросы для самопроверки

1. Виды косвенных методов измерений.
2. Значение абсолютной погрешности для функции $X + Y + Z$.
3. Формула для расчета относительной погрешности для функции XY .
4. Формулы для расчета погрешностей (абсолютной и относительной) для функции X^n .

Таблица 2

Функция	Погрешности	
	абсолютная	относительная
ΔX	$\pm \Delta \Delta X$	$\pm \Delta X / X$
$\Delta X + B$	$\pm \Delta \Delta X$	$\pm \Delta \Delta X / (\Delta X + B)$
$X + Y + Z$	$\pm \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$	$\pm \frac{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}}{X + Y + Z}$
$X - Y$	$\pm \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$	$\pm \frac{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}}{X - Y}$
XY	$\pm \sqrt{X^2 \Delta Y^2 + Y^2 \Delta X^2}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2}$
X^n	$\pm n X^{n-1} \Delta X$	$\pm \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta X}{X}$
$\frac{X}{Y}$	$\pm \sqrt{\frac{Y^2 \Delta X^2 + X^2 \Delta Y^2}{Y^4}}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2}$