

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА. ПОСТОЯННАЯ ВРЕМЕНИ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА.

Переходной процесс в цепи RL при подключении к источнику постоянного напряжения.

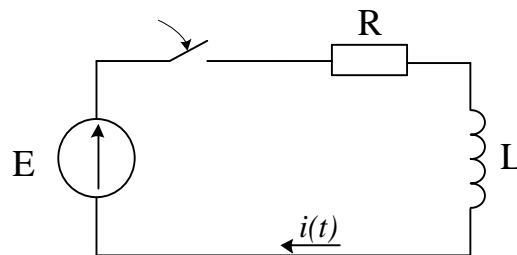


Рисунок 10.1 Подключение цепи $R-L$ к источнику постоянного напряжения.

Для анализа переходного процесса при замыкании ключа в цепи RL применяем второй закон Кирхгофа, составленный для мгновенных значений напряжений.

$$u_r(t) + u_L(t) = e(t) \quad (10.5)$$

Используя выражение связи между током и напряжением на индуктивности на экран $U_L = L \frac{di(t)}{dt}$, получаем следующую формулу,

$$L \frac{di}{dt} + ir = e(t)$$

которая является дифференциальным уравнением первого порядка

$$L \frac{di}{dt} + ir = e(t) \quad (10.6)$$

Тогда характеристическое уравнение имеет вид:

$$pL + r = 0.$$

Откуда корень характеристического уравнения равен

$$p = -\frac{r}{L} \quad (10.7)$$

Свободные составляющие переходного тока цепи и напряжения на индуктивности запишутся соответственно:

$$i_L(t) = Ae^{pt} \quad u_L(t) = Be^{pt}.$$

Полные переходные ток и напряжение представляют собой сумму установившейся и свободной составляющих.

$$i(t) = i_{ycm} + Ae^{pt};$$

$$u_L(t) = u_{Lycm} + Be^{pt}.$$

где A и B – постоянные интегрирования.

Для определения постоянных интегрирования необходимо знать начальные условия $i_L(0)$ и $u_L(0)$.

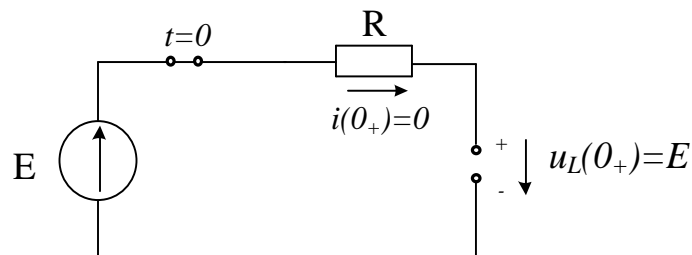
До коммутации (когда ключ открыт) ток в индуктивности равен нулю, следовательно, согласно первому закону коммутации,

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0.$$

Следовательно, в момент замыкания ключа (то есть в момент коммутации), ток также равен нулю, и участок с индуктивностью в этот момент времени эквивалентен разрыву.

Это наглядно демонстрирует следующий рисунок, где представлена цепь для момента времени $t=0$:

$t=0$



Индуктивность эквивалентна разрыву в момент коммутации.

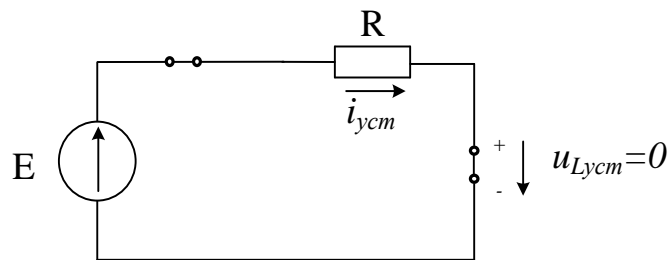
$$U_R(0) = 0$$

$$U_L(0) = E$$

Т.к. ток равен нулю, напряжение на резисторе также равно нулю, и напряжение источника оказывается приложенным к участку с разрывом, т.е. к индуктивности.

Следовательно, $u_L(0) = E$.

Теперь определим установившиеся составляющие переходных тока и напряжения на индуктивности. Рисунок иллюстрирует схему в установившемся режиме. Т.к. при постоянном напряжении $X_L=0$, то участок с индуктивностью эквивалентен короткому замыканию:



Цепь RL в установившемся режиме.

$$X_L=0,$$

Согласно закону Ома

$$i_{ycm} = \frac{E}{R}.$$

Т.к. индуктивность эквивалентна короткозамкнутому участку, напряжение на ней в установившемся режиме равно 0:

$$u_{Lycm} = 0.$$

В выражения для переходных тока и напряжения

$$i(t) = i_{ycm} + Ae^{pt}; u_L(t) = u_{Lycm} + Be^{pt}. \quad (10.8)$$

подставим их установившиеся и свободные составляющие:

$$i_L(t) = \frac{E}{r} + Ae^{pt} \quad u_L(t) = 0 + Be^{pt}$$

Очистить экран от формул (10.8)

Данные выражения справедливы для любого момента времени, в том числе и для начала коммутации. Следовательно, подставив в левые части этих уравнений начальные условия,

$$i_L(0_+) = 0 \quad U_L(0) = E \quad (10.9)$$

$$0 = \frac{E}{r} + A$$

$$E = 0 + B$$

определяем постоянные интегрирования

ПОСТОЯННЫЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

$$A = -E/R \quad B = E$$

Следовательно, полные переходные ток и напряжение при подключении цепи к источнику постоянного напряжения определяются при помощи выражений:

ПЕРЕХОДНОЙ ТОК В ИНДУКТИВНОСТИ

$$i(t) = \frac{E}{r} - \frac{E}{r} e^{-\frac{r}{\tau} t};$$

ПЕРЕХОДНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ НА ИНДУКТИВНОСТИ

$$u_L(t) = E e^{-\frac{r}{\tau} t}.$$

Согласно полученным выражениям построены временные зависимости тока и напряжения на индуктивности в переходном режиме подключения цепи к источнику постоянного напряжения.

Рассмотрим временную диаграмму тока в переходном режиме при подключении цепи к источнику постоянного напряжения..

Согласно полученному выражению для установившаяся составляющая это постоянная величина равная E деленная на R .

Свободная составляющая, равная в момент коммутации $-E/R$, изменяется по экспоненциальному закону.

Результирующий ток является суммой этих двух составляющих.

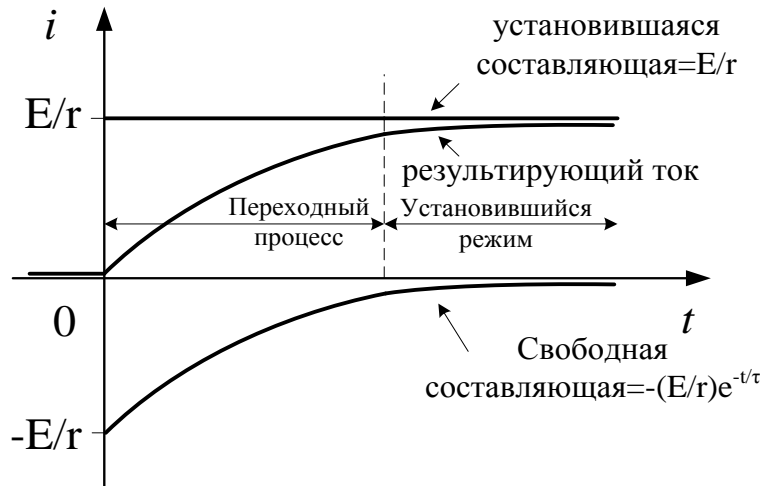
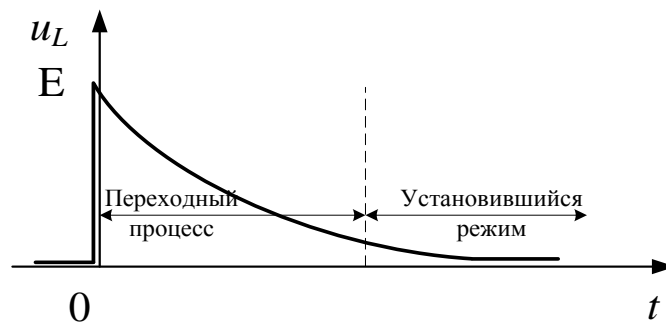


Рис. 10.4

Аналогично получают временную диаграмму для напряжения на индуктивности, из которой видно, что в момент коммутации происходит скачок напряжения до величины равной напряжению источника, а затем оно плавно уменьшается до нуля.



Ток и напряжение в цепи $R - L$ при подключении к источнику постоянного напряжения.

Постоянная времени переходного процесса (постоянная времени цепи).

Время, за которое свободная составляющая уменьшается в e раз, называется *постоянной времени переходного процесса*.

Постоянная времени переходного процесса (или постоянная времени цепи), обозначается греческой буквой τ . В момент времени $t = \tau$ свободный ток равен 0,37 от его значения в момент коммутации

$$\frac{I_{св}(0)}{e} = 0,37I_{св}(0).$$

Графически постоянную времени переходного процесса определяют как величину подкасательной к графику свободной составляющей.

Графическое определение постоянной времени переходного процесса.

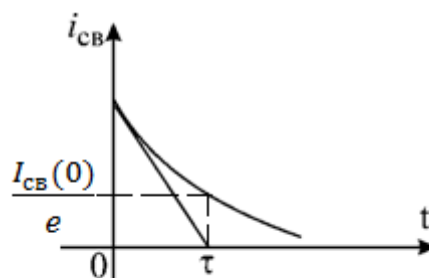


Рис.10.5

Очистить экран

За время переходного процесса обычно принимают время равное от 3 до 5 τ .

$$t_{n.пр.} = (3 \div 5) \tau.$$

За это время свободная составляющая уменьшается до 5% от своего первоначального значения.

Постоянная времени служит мерой спада переходного процесса и позволяет сравнивать различные цепи в отношении скорости установления токов и напряжений в цепи.

В цепях первого порядка

$$\tau = \left| \frac{1}{p} \right|.$$

В цепи R – L

$$\tau = \frac{L}{R}$$