АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА.

ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС В ЦЕПИ *RC*

ПОДКЛЮЧЕНИЕ ЦЕПИ *RC* К ИСТОЧНИКУ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

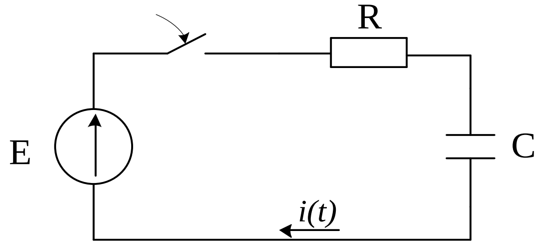


Рисунок *11.1*

Для анализа переходного процесса при замыкании ключа в цепи *RC* применяем второй закон Кирхгофа, составленный для мгновенных значений напряжений.

$$u_r(t)+u_C(t)=e(t) \qquad (11.1)$$

Используя выражение $i_C(t)=C\dfrac{dU_C(t)}{dt}$, получаем следующую формулу, которая является дифференциальным уравнением первого порядка

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=e(t). \qquad (11.2)$$

Характеристическое уравнение для данного дифференциального уравнения имеет вид:

$$RCp+1=0.$$

Корень этого характеристического уравнения $p=-\dfrac{1}{RC}$. (11.3)

Постоянная времени цепи *RC* равна:

$$\tau=\left|\frac{1}{p}\right|=RC.$$

Полные переходные ток и напряжение записываем в виде суммы установившейся и свободной составляющих:

$$u_C(t) = u_{Cуст} + Ae^{pt}.\ i(t) = i_{уст} + Be^{pt}; \qquad (11.4)$$

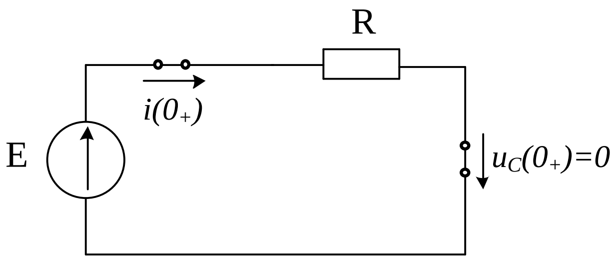
где A и B – постоянные интегрирования, для определения которых необходимо знать начальные условия .

$$i(0) = ? \text{ и } u_C(0) = ?\ .$$

До коммутации (когда ключ открыт) при условии, что конденсатор не был заряжен, согласно второму закону коммутации, напряжение на емкости равно нулю

$$u_C(0\_) = u_C\ 0_+) = 0.$$

Следовательно, когда ключ замыкается, участок с емкостью в момент коммутации эквивалентен короткому замыканию. Эквивалентная схема замещения в момент коммутации имеет следующий вид:



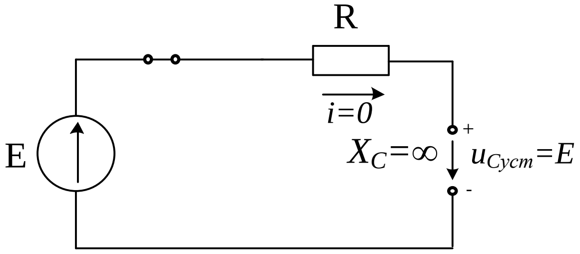
Емкость эквивалентна короткому замыканию в момент коммутации.

$$i(0_+) = \frac{E}{R}.$$

Согласно закону Ома ток равен E делить на R.

Теперь определим установившиеся составляющие переходных тока и напряжения на емкости. Рисунок иллюстрирует схему в установившемся режиме. Т.к. при постоянном напряжении сопротивление ёмкости равно бесконечности , то участок с емкостью эквивалентен разрыву:

ЦЕПЬ *RC* В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ



Следовательно установившийся ток цепи равен нулю, а установившееся напряжение на емкости равно напряжению источника.

$$I\text{уст} = 0,\ u_{Cуст}=\text{E}$$

Полные переходные напряжение и ток представляют собой сумму установившейся и свободной составляющих.

$$u_C(t) = u_{Cуст} + Ae^{pt}. \quad i(t) = i_{уст} + Be^{pt};$$

где *A* и *B* – постоянные интегрирования.

Подставляем значения установившихся составляющих напряжения и тока и получаем

$$u_C(t) = E + Ae^{pt}; \qquad i(t) = 0 + Be^{pt}.$$

Используя начальные условия определяем постоянные интегрирования:

$$u_c(0) = Ae^{p0} + E; \qquad i(0) = Be^{p0};$$

$$0 = E + A; \qquad \frac{E}{R} = B.$$

Получаем что постоянная интегрирования для напряжения равна –Е, а для тока Е делить R на

$$A = -E \qquad\qquad B = E/R$$

Следовательно, полные переходные напряжение и ток при подключении цепи *RC* к источнику постоянного напряжения определяются по следующим формулам:

ПЕРЕХОДНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ НА ЕМКОСТИ

$$u_c(t) = E - Ee^{-\frac{1}{RC}t}; \tag{11.5}$$

ПЕРЕХОДНОЙ ТОК

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}. \tag{11.6}$$

Согласно полученным выражениям построены временные зависимости тока и напряжения в емкости в переходном режиме подключении цепи к источнику постоянного напряжения.

Рассмотрим временную диаграмму напряжения в переходном режиме при подключении цепи к источнику постоянного напряжения. Согласно полученному выражению для напряжения установившаяся составляющая это постоянная величина равная E.

Свободная составляющая, равная в момент коммутации $-E$, изменяется по экспоненциальному закону.

Результирующее напряжение является суммой этих двух составляющих.

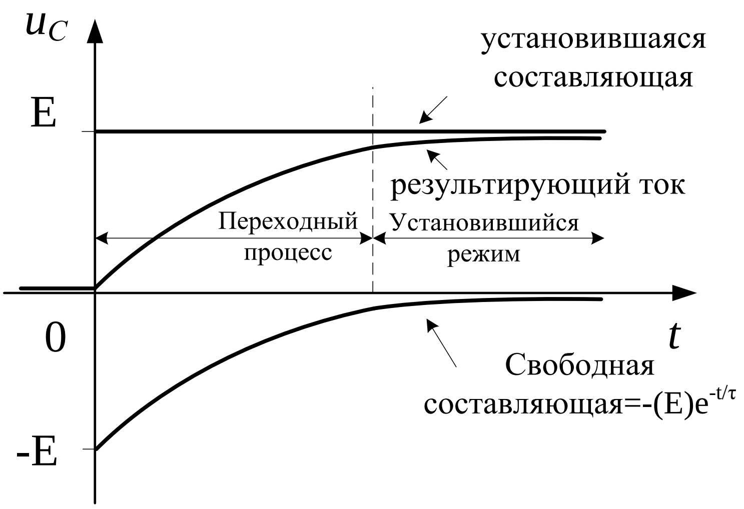
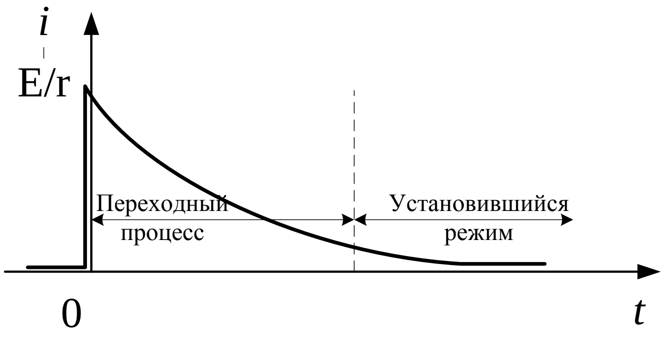


Рис. 11.4

Аналогично получают временную диаграмму для тока, из которой видно, что в момент коммутации происходит скачок тока до величины равной E делить на R, а затем он плавно по экспоненциальному закону уменьшается до нуля.



Короткое замыкание в цепи RC

А сейчас рассмотрим переходной процесс, возникающий при коротком замыкании в цепи RC.

В этом случае цепь отключается от источника питания.

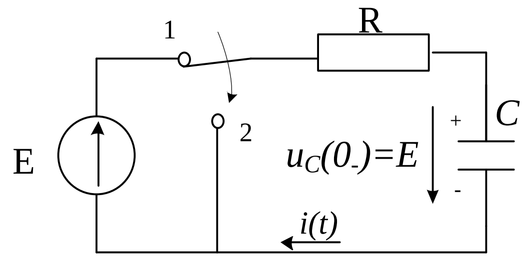


Рисунок *11.5*

До коммутации в случае постоянного источника Э.Д.С. конденсатор был заряжен до величины напряжения источника.

Постоянный ток через конденсатор не протекал.

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = E,$$
$$i(0_-) = 0.$$

После замыкания ключа напряжение на конденсаторе согласно второго закона коммутации не может изменяться мгновенно.

Следовательно, в первый момент после коммутации конденсатор эквивалентен источнику напряжения, э.д.с. которого равна E.

Тогда эквивалентная схема замещения в момент коммутации будет иметь вид

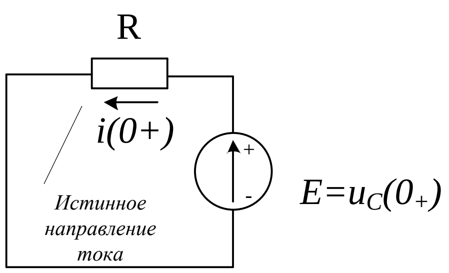


Рисунок *11.6*

Заметим, что в момент коммутации направление тока противоположно выбранному ранее положительному направлению тока. Поэтому ток в момент коммутации мгновенно изменяется до значения

$$i(0) = -\frac{E}{R}.$$

Так как после коммутации в цепи отсутствуют источники энергии, дифференциальное уравнение описывающее цепь имеет вид:

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=0$$

Для данного дифференциального уравнения получаем следующее характеристическое уравнение

$$RCp+1=0.$$

Корень этого характеристического уравнения $p=-\frac{1}{RC}$.

Полные переходные ток и напряжение записываем в виде суммы установившейся и свободной составляющих:

$$u_C(t)=u_{C уст}+Ae^{pt}.\ i(t)=i_{уст}+Be^{pt};$$

Установившиеся составляющие напряжения на конденсаторе и тока в контуре равны нулю. Получаем

$$u_C(t)=0+Ae^{pt},$$
$$i(t)=0+Be^{pt},$$

Следовательно, полные переходные напряжения на конденсаторе и ток в контуре содержат только свободные составляющие и изменяются по законам:

$$u_C(t)=Ae^{pt},$$
$$i(t)=Be^{pt}, \qquad (11.7)$$

Запишем эти уравнения для момента коммутации:

$$t=0$$
$$E=Ae^{p0},$$
$$-\frac{E}{R}=Be^{p0}.$$

Откуда постоянные интегрирования равны

$$A=E; \qquad B=-\frac{E}{R}.$$

Следовательно, переходные напряжение на конденсаторе и ток в контуре изменяются по следующим законам:

$$u_C(t) = Ee^{-\frac{1}{RC}t} = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t} = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

На рисунке представлены графики изменения напряжения на конденсаторе и тока в контуре при коротком замыкании цепи *RC*.

Как видим напряжение на емкости с течением времени становится равным нулю, так как ранее накопленная энергия электрического поля конденсатора постепенно преобразуется в тепловую энергию, которая рассеивается в резисторе *R*.