ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

ПЕРЕХОДНОЙ ПРОЦЕСС В ЦЕПЯХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Цепи, содержащие два реактивных элемента, называются *цепями второго порядка*.

При этом следует заметить что в случае последовательного включения нескольких индуктивностей их можно заменить одной эквивалентной индуктивностью. Также при параллельном включении ёмкостей их можно заменить одной эквивалентной. В этом случае порядок цепи не увеличивается.

Рассмотрим переходный процесс для цепи с последовательным включением резистора, индуктивности и ёмкости, полагая что ток в индуктивности и напряжение на ёмкости до коммутации были равны нулю. (рис 1.8 на экран)

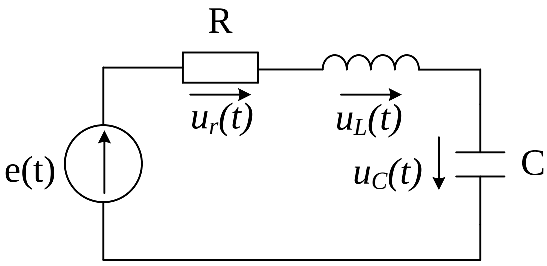

Рисунок *11.8* Цепь второго порядка.

Уравнение по второму закону Кирхгоффа для мгновенных значений напряжений имеет вид:

$$u_r(t) + u_L(t) + u_C = e(t). \tag{11.9}$$

Подставляем в эту формулу зависимости между мгновенными значениями напряжений и токов в резисторе, индуктивности и ёмкости

$$U_R(t) = i(t) \cdot r\,,\ U_L = L\frac{di(t)}{dt}\ \ U_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt \tag{11.10}$$

В результате получаем интегро-дифференциальное уравнение:

$$iR + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = e(t). \tag{11.11}$$

Дифференцируя это уравнение, получаем дифференциальное уравнение второго порядка:

$$L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=\frac{de}{dt}. \tag{11.12}$$

Свободная составляющая в цепи второго порядка определяется в результате решения однородного дифференциального уравнения:

$$L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=0$$

Характеристическое уравнение для которого имеет следующий вид:

$$Lp^2+Rp+\frac{1}{C}=0 \tag{11.13}$$

При решении квадратного уравнения могут быть определены следующие корни:

а) вещественные неравные отрицательные;

б) вещественные равные отрицательные;

в) комплексно – сопряженные.

Свободная составляющая в цепи второго порядка определяется в результате решения однородного дифференциального уравнения как сумма двух экспоненциальных функций:

$$i_{св}(t)=A_1e^{p_1t}+A_2e^{p_2t}, \qquad (11.14),$$

где A_1 и A_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий.

Переходной процесс при двух вещественных неравных корнях характеристического уравнения.

При двух вещественных неравных корнях график переходного тока или напряжения будет получен как сумма двух экспонент.

$$i_{св}(t)=A_1e^{p_1t}+A_2e^{p_2t},$$

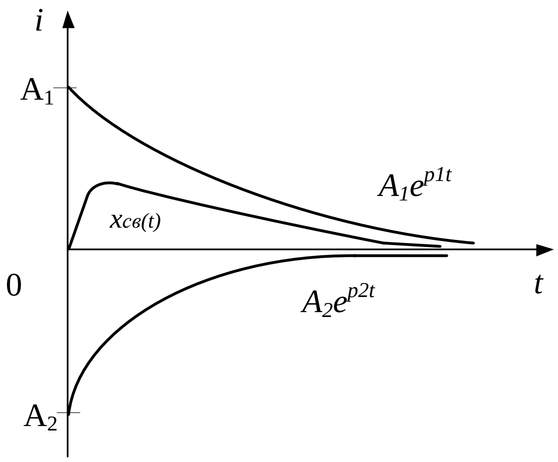

Рисунок *11.9*

График построен для случая, когда $A_1 = -A_2$.

Результирующая кривая начинает изменяться со своего нулевого значения при t=0.

Если $|p_2| > |p_1|$, то экспонента $A_2 e^{p_2 t}$ затухает быстрее, чем экспонента $A_1 e^{p_1 t}$.

Следует заметить что постоянная времени в случае двух вещественных неравных корней есть величина обратная модулю наименьшего корня. В нашем случае:

$$\tau = \frac{1}{|p_1|}.$$

В случае двух вещественных неравных корней свободная составляющая является суммой двух экспоненциальных функций. Результирующая кривая изменяется по *апериодическому* закону. Такой переходной процесс называется *апериодическим*.

Переходной процесс при двух вещественных равных корнях характеристического уравнения.

В случае, когда корни характеристического уравнения вещественные, отрицательные и равные имеет место критический переходной процесс. Время которого значительно меньше чем у апериодического и колебательного процессов.

$$p_1 = p_2$$

Критический переходной процесс является граничным между апериодическим и колебательным. Свободная составляющая в этом случае имеет вид

$$i_{св} = \left(A_1 + A_2 t\right) e^{pt}$$

Кривая тока выглядит следующим образом. Она аналогична кривой для апериодического переходного процесса.

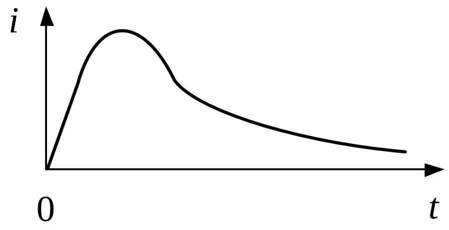

Рисунок *11.10* Критический переходной процесс.

Переходной процесс при двух комплексно - сопряженных корнях характеристического уравнения.

Представим комплексно-сопряженные корни в следующем виде

$$p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_c$$

δ–коэффициент затухания, ω_c–угловая частота свободных колебаний.

Где дельта это коэффициент затухания, а омега С - частота свободных колебаний. Эти величины , характеризуют периодический переходной процесс.

Свободная составляющая тока в этом случае имеет следующий вид =

$$i_{св} = Ae^{-\delta t} \sin\left(\omega_c t + \psi_c\right), \qquad (11.14)$$

ψ_c–начальная фаза свободных колебаний

Эта формула описывает затухающее синусоидальное колебание с угловой частотой ω_c и начальной фазой ψ_c.

Поэтому переходной процесс называется *периодическим* или *колебательным*.

График изменения свободной составляющей в случае колебательного переходного процесса показан на рисунке :

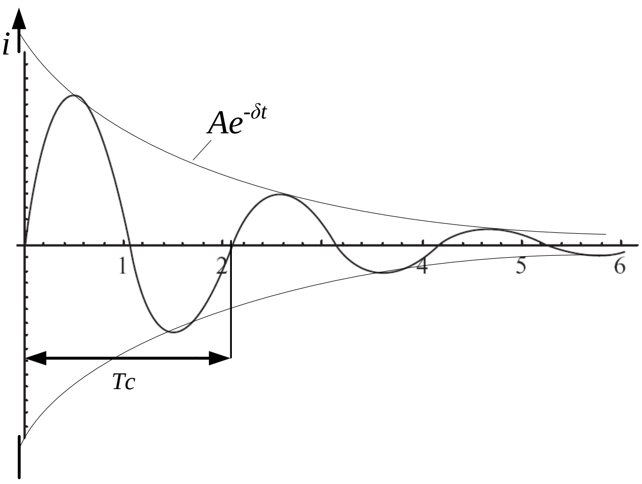

Рисунок *11.11*.

На этом графике Тс это период свободной составляющей который связан с частотой свободных колебаний следующей формулой:

$$T_{\text{с}} = \frac{2\pi}{\omega_c}$$

Постоянные интегрирования A и ψ_c определяются значениями параметров схемы и начальными условиями.

Огибающая колебаний определяется кривой $Ae^{-\delta t}$. Чем больше коэффициент затухания δ, тем быстрее заканчивается переходной колебательный процесс.

При $t = \frac{1}{\delta}$ ордината огибающей в е раз меньше начального значения огибающей.

$$f(\frac{1}{\delta}) = A e^{-\delta \cdot \frac{1}{\delta}} = \frac{A}{e}$$

A – начальное значение огибающей

Постоянная времени цепи при колебательном переходном процессе является величиной обратной коэффициенту затухания δ

$$\tau = \frac{1}{\delta}$$

Отношение амплитуд, следующих друг за другом через период свободных колебаний, называется декрементом колебания и определяется по следующей формуле

$$\Delta = e^{\delta T_c}$$

Также для оценки скорости затухания колебательного переходного процесса вводят понятие логарифмического декремента колебания.

Он равен натуральному логарифму от декремента колебания и является физической величиной, обратной числу колебаний, по истечении которых амплитуда А уменьшается в е раз.

$$\theta = \ln \Delta = \delta T_c$$