

## **Расчет переходных процессов операторным методом**

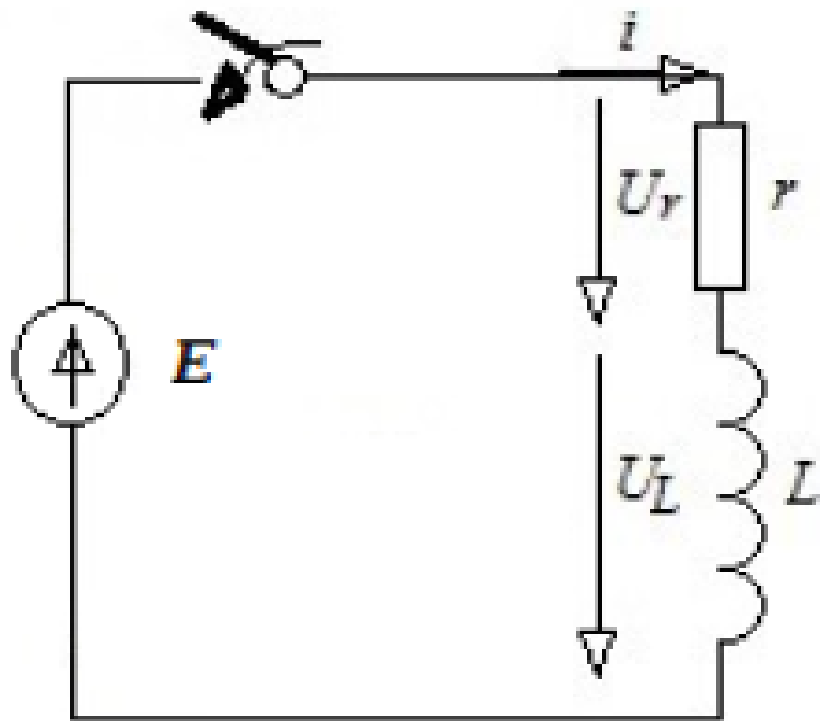
*Порядок расчета переходных процессов операторным методом следующий:*

1. Заменить заданную цепь расчетной операторной схемой замещения для послекоммутационного режима.
2. Для полученной схемы записать операторные изображения.
3. Выполнить расчет любым из известных методов относительно изображений.
4. По полученным изображениям определить оригиналы, то есть действительные токи и напряжения при переходном процессе.

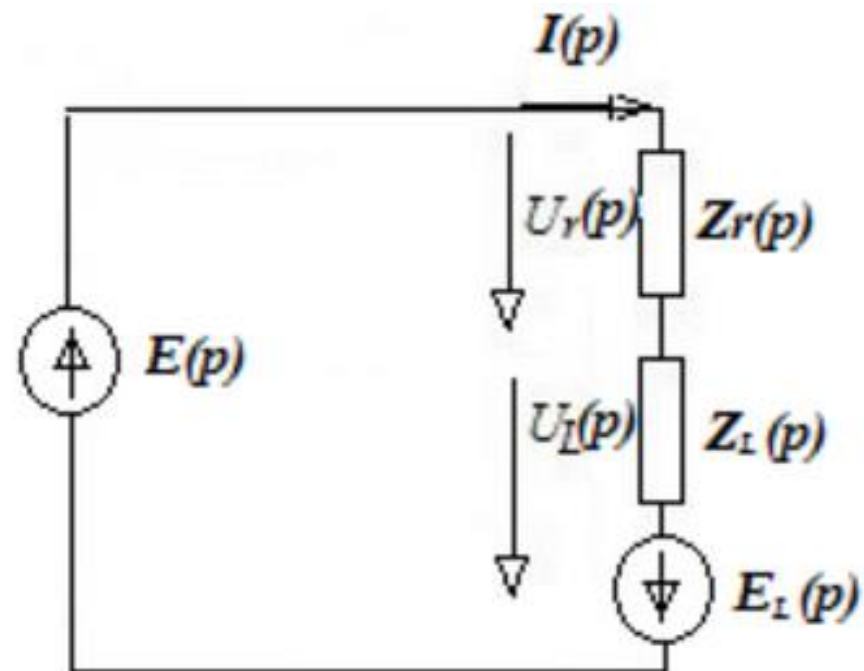
## ЗАДАЧА

$E = 100$  В,  $L = 0,01$  Гн и  $r = 2$  Ом.

Определить ток и напряжение на индуктивности в переходном режиме.



1. Составляем операторную схему замещения для послекоммутационного режима.



2. Записываем изображения всех элементов схемы замещения:

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 2;$$

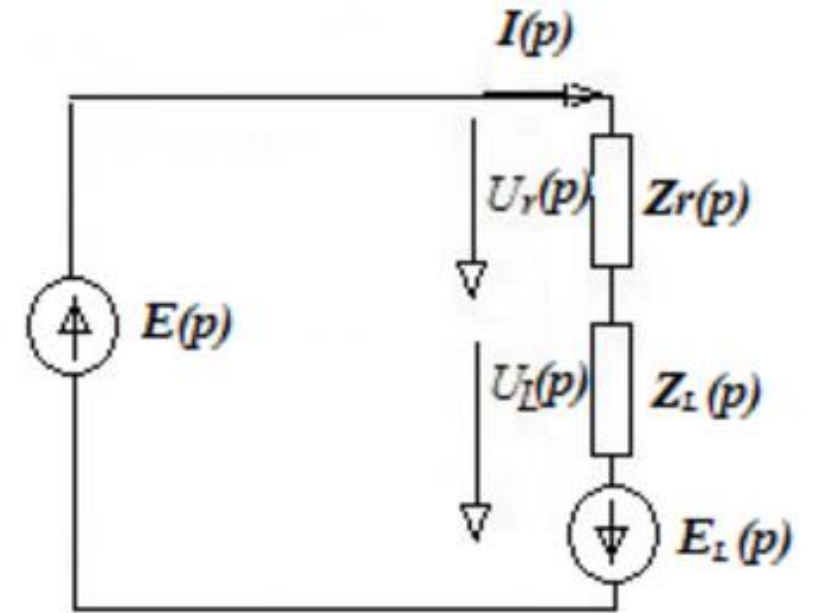
$$Z_L = Lp = 0,01 p.$$

Так как ток через индуктивность до коммутации был равен нулю, то

$$E_L(0) = L \cdot i(0) = 0,01 \cdot 0 = 0$$

3. Ток в цепи определяем по закону Ома:

$$I(p) = \frac{E(p) + E_L(0)}{Z_r(p) + Z_L(p)} = \frac{\frac{100}{p} + 0}{2 + 0,01p} \cdot \frac{p}{p} = \frac{100}{p(2 + 0,01p)}$$



4. Напряжение на индуктивности составит:

$$U_L(p) = I(p)Z_L(p) - E_L(0) = \frac{100}{p(2 + 0,01p)} \cdot 0,01p - 0 = \frac{p}{p(2 + 0,01p)}$$

5. Определяем оригинал тока, используя теорему разложения:

$$B(p) = 0 \quad p(2 + 0,01p) = 2p + 0,01p^2 = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1} \quad p_2 = -\frac{2}{0,01} = -200 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 100 \quad A_2(p_2) = 100$$

$$B'(p) = 2 \cdot 0,01p + 2 = 0,02p + 2$$

$$B'(p_1) = 0,02 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$B'(p_2) = 0,02 \cdot (-200) + 2 = -2$$

$\frac{100}{p(2 + 0,01p)}$
----------------------------

Оригинал тока запишется:

$$i(t) = \frac{100}{2} e^{0t} - \frac{100}{2} e^{-200t} = 50 - 50e^{-200t}$$

6. Определяем оригинал напряжения, используя теорему разложения:

$$\frac{p}{p(2 + 0,01p)}$$

$$B(p) = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1}$$

$$p(2 + 0,01p) = 2p + 0,01p^2 = 0$$

$$p_2 = -\frac{2}{0,01} = -200 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 0$$

$$A_2(p_2) = -200$$

$$B'(p) = 2 \cdot 0,01p + 2 = 0,02p + 2$$

$$B'(p_1) = 0,02 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$B'(p_2) = 0,02 \cdot (-200) + 2 = -2$$

Оригинал напряжения запишется:

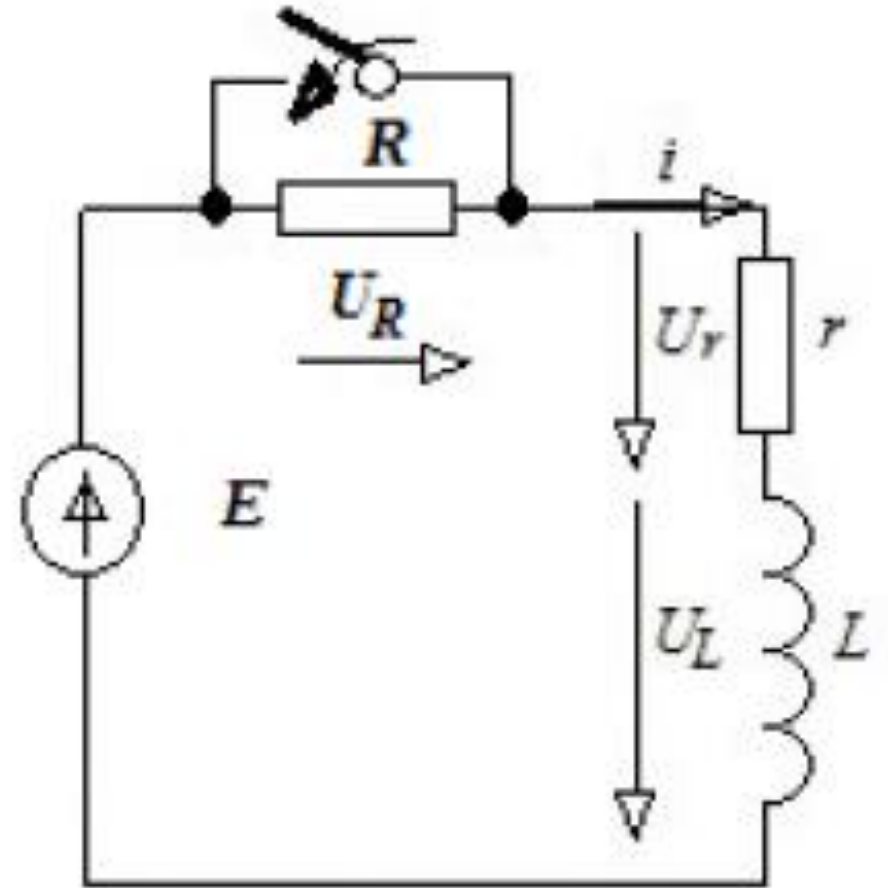
$$U_L = \frac{0}{2} e^{0t} + \frac{-200}{-2} e^{-200t} = 0 + 100e^{-200t} = 100e^{-200t}$$

### ЗАДАЧА :

$$E = 100 \text{ В,}$$

$$L = 0,01 \text{ Гн, } R = 3 \text{ Ом и } r = 2 \text{ Ом.}$$

Определить ток на индуктивности  
в переходном режиме.



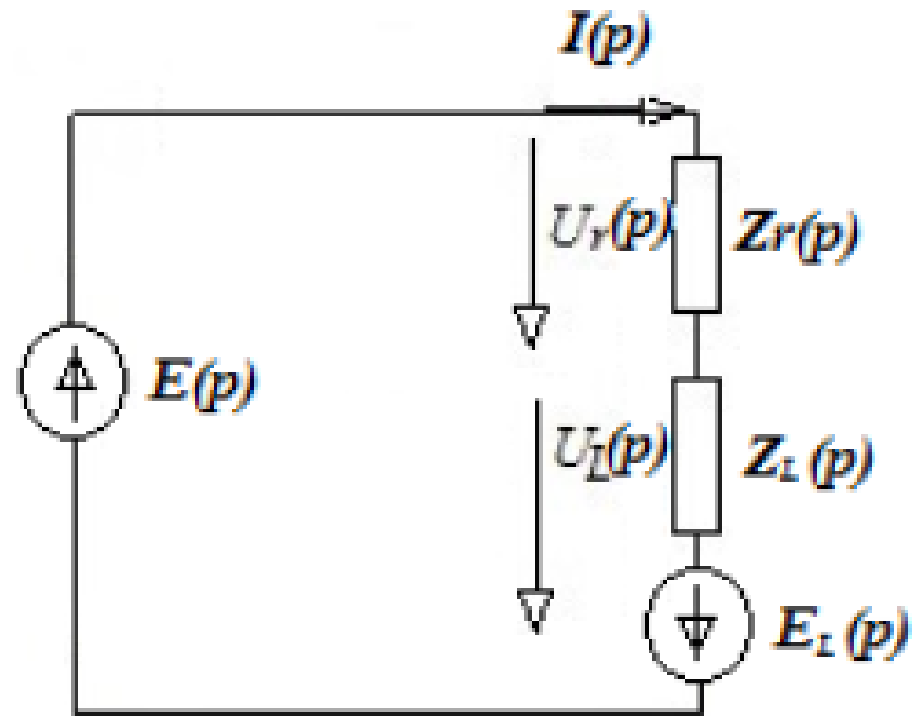
1. Составляем операторную схему замещения для послекоммутационного режима.

2. Записываем изображения всех элементов схемы замещения:

$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 2;$$

$$Z_L = Lp = 0,01p.$$



Ток через индуктивность до коммутации

$$i(0) = \frac{E}{r + R} = \frac{100}{2 + 3} = 20 \text{ A};$$

$$E_L(0) = L \cdot i(0) = 0,01 \cdot 20 = 0,2.$$

3. Ток в цепи определяем по закону Ома:

$$I(p) = \frac{E(p) + E_L(0)}{Z_r(p) + Z_L(p)} = \frac{\frac{100}{p} + 0,2}{2 + 0,01p} \cdot \frac{p}{p} = \frac{100 + 0,2p}{p(2 + 0,01p)}$$

4. Определяем оригинал тока, используя теорему разложения:

$$B(p) = 0 \quad p(2 + 0,01p) = 2p + 0,01p^2 = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1} \quad p_2 = -\frac{2}{0,01} = -200 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 100 + 0,2 \cdot 0 = 100$$

$$A_2(p_2) = 100 + 0,2 \cdot (-200) = 60$$

$$B'(p) = 2 \cdot 0,01p + 2 = 0,02p + 2$$

$$B'(p_1) = 0,02 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$B'(p_2) = 0,02 \cdot (-200) + 2 = -2$$

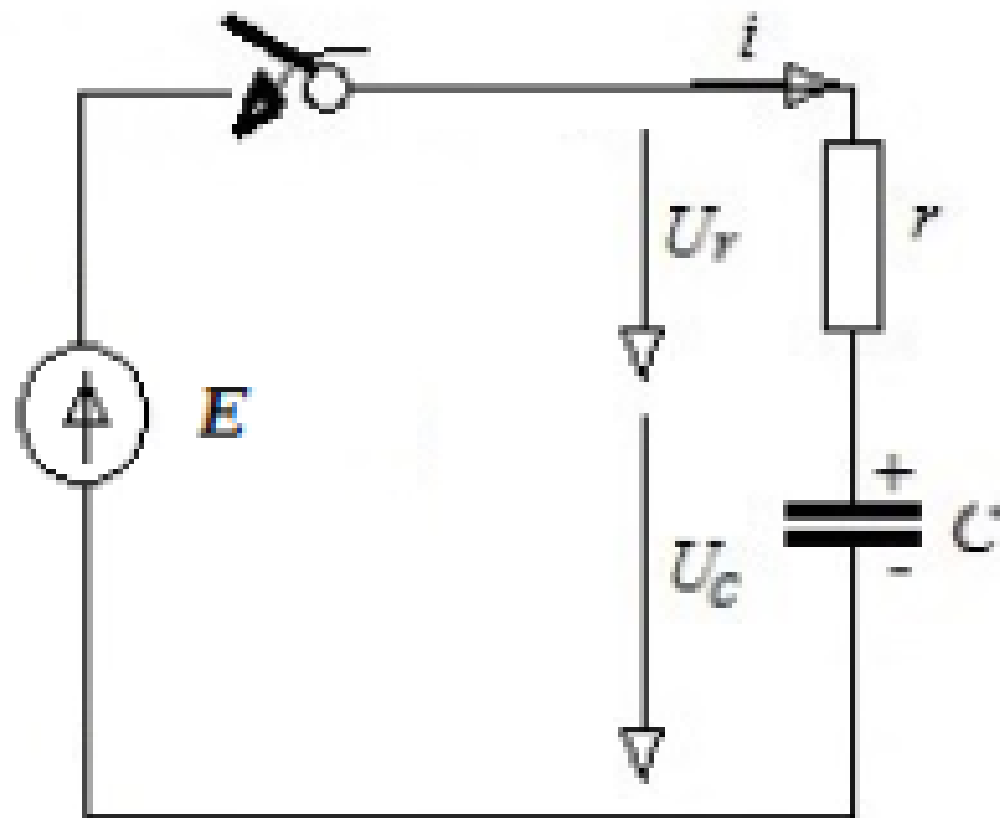
Оригинал тока запишется:

$$i(t) = \frac{100}{2} e^{0t} - \frac{60}{2} e^{-200t} = 50 - 30e^{-200t}$$

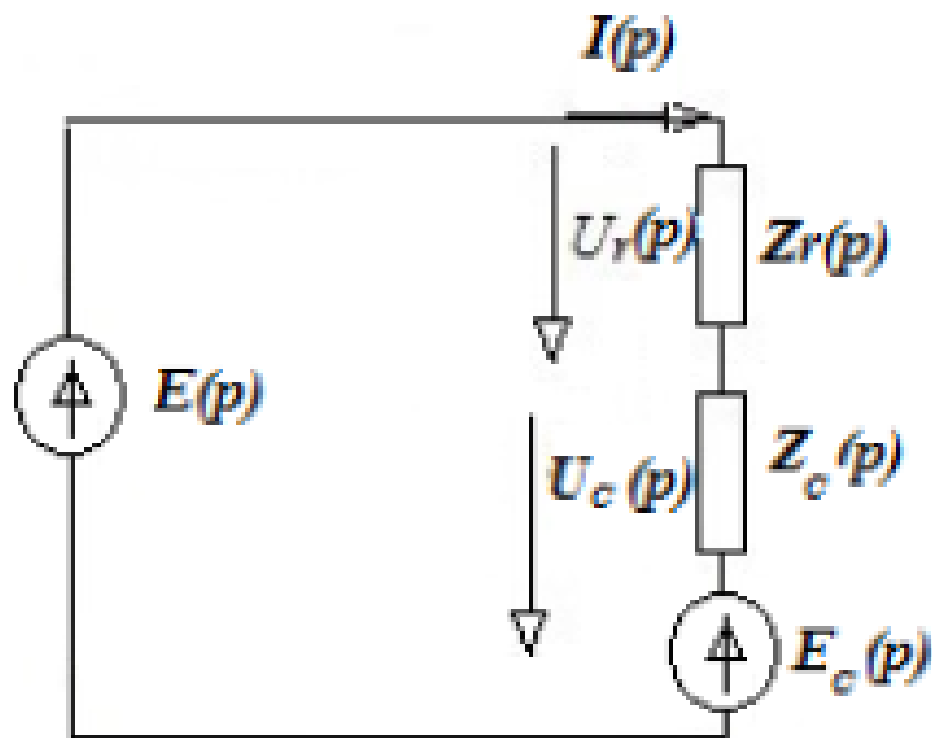
## ЗАДАЧА

$E = 100$  В,  $C = 100 \cdot 10^{-6}$  Ф и  $r = 5$  Ом. Напряжение до коммутации на конденсаторе составляло  $U_0 = 20$  В.

Определить напряжение на конденсаторе и ток в переходном режиме.



1. Составляем операторную схему замещения для полеконмутационного режима.
2. Записываем изображения всех элементов схемы замещения:



$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 5;$$

$$Z_c = \frac{1}{Cp} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} p} = \frac{10^4}{p}.$$

Конденсатор был заряжен до коммутации, то

$$E_c(0) = \frac{U_c(0)}{p} = \frac{20}{p}$$

3. Ток в цепи определяем по закону Ома:

$$I(p) = \frac{E(p) - E_c(0)}{Z_r(p) + Z_c(p)} = \frac{\frac{100}{p} - \frac{20}{p}}{5 + \frac{10^4}{p}} \cdot \frac{p}{p} = \frac{100 - 20}{5p + 10^4} = \frac{80}{5p + 10^4} = \frac{16}{p + 2000}$$

4. Напряжение на конденсаторе определяется по выражению:

$$\begin{aligned} U_c(p) &= I(p)Z_c(p) + E_c(0) = \frac{80}{5p + 10^4} \cdot \frac{10^4}{p} + \frac{20}{p} = \frac{80 \cdot 10^4 + 20 \cdot (5p + 10^4)}{p(5p + 10^4)} = \\ &= \frac{80 \cdot 10^4 + 100p + 20 \cdot 10^4}{p(5p + 10^4)} = \frac{100 \cdot 10^4 + 100p}{p(5p + 10^4)} = 100 \cdot \frac{10^4 + p}{p(5p + 10^4)} \end{aligned}$$

5. Определяем оригинал тока по стандартному выражению:  $i(t) = 16e^{-2000t}$

6. Определяем оригинал напряжения, используя теорему разложения:

$$B(p) = 0$$

$$p(5p + 10^4) = 5p^2 + 10^4 p = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1} \quad p_2 = -\frac{10^4}{5} = -2000 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 10^4 + p = 10000 + 0 = 10000$$

$$A_2(p_2) = 10^4 + p = 10000 - 2000 = 8000$$

$$100 \cdot \frac{10^4 + p}{p(5p + 10^4)}$$

$$B'(p) = 2 \cdot 5p + 10000 = 10p + 10000$$

$$B'(p_1) = 10 \cdot 0 + 10000 = 10000$$

$$B'(p_2) = 10 \cdot (-2000) + 10000 = -10000$$

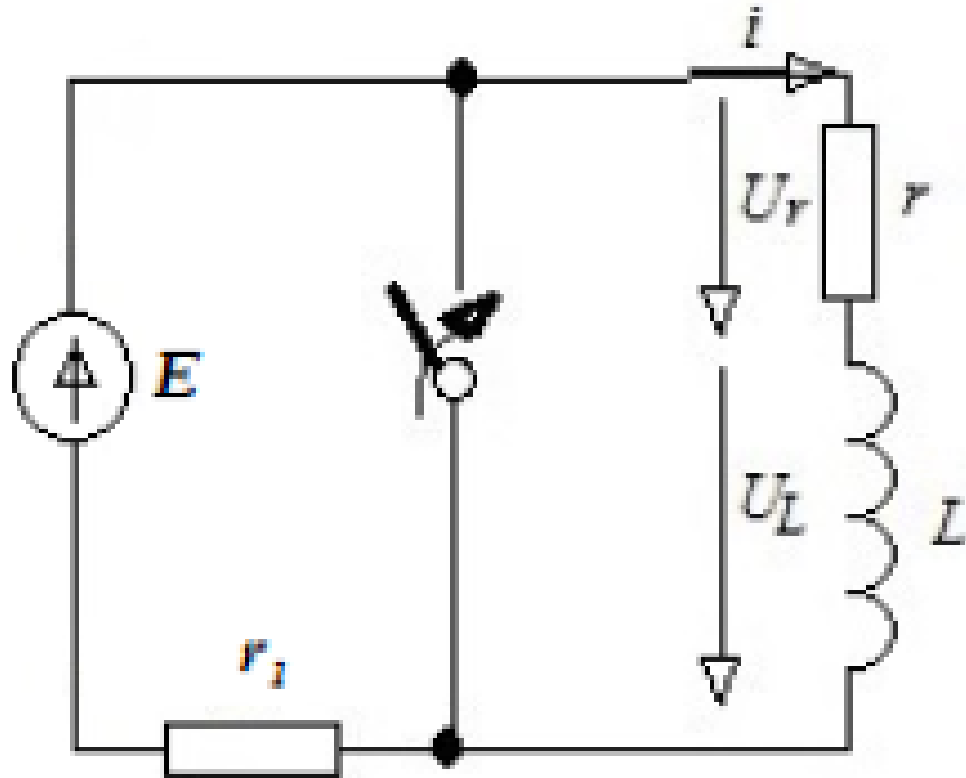
Оригинал напряжения запишется:

$$\begin{aligned} U_C(t) &= 100 \cdot \left( \frac{10000}{10000} e^{0t} - \frac{8000}{10000} e^{-2000t} \right) = 100 \cdot \left( 1 - 0,8e^{-2000t} \right) = \\ &= 100 - 80e^{-2000t} \end{aligned}$$

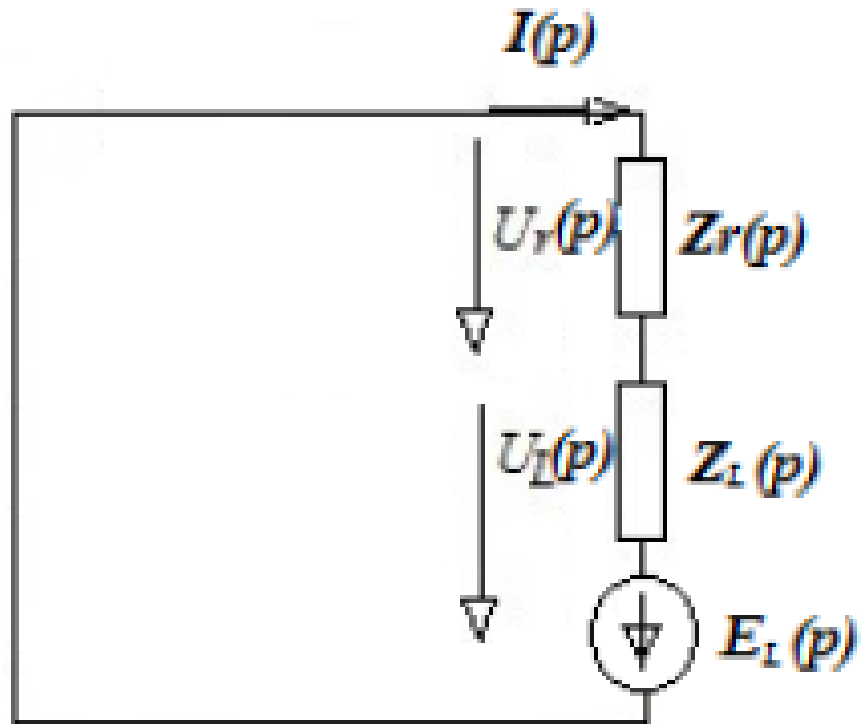
## ЗАДАЧА

$E = 100 \text{ В}$ ,  $L = 0,01 \text{ Гн}$ ,  $r = 2 \text{ Ом}$  и  $r_1 = 3 \text{ Ом}$ .

Определить ток и напряжение на индуктивности в переходном режиме.



1. Составляем операторную схему замещения для послекоммутационного режима.
2. Записываем изображения всех элементов схемы замещения:



$$E(p) = \frac{E}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_r = r = 2;$$

$$Z_L = Lp = 0,01p.$$

Ток до коммутации  $i(0) = \frac{E}{r+r_1} = \frac{100}{2+3} = 20 \text{ A}$

$$E_L(0) = L \cdot i(0) = 0,01 \cdot 20 = 0,2$$

3. Ток в цепи определяем по закону Ома:

$$I(p) = \frac{E_L(0)}{Z_r(p) + Z_L(p)} = \frac{0,2}{2 + 0,01p} = \frac{0,2}{2 + 0,01p} = \frac{20}{200 + p} = 20 \cdot \frac{1}{200 + p}$$

4. Напряжение на индуктивности составит:

$$\begin{aligned} U_L(p) &= I(p)Z_L(p) - E_L(0) = \frac{0,2}{2 + 0,01p} \cdot 0,01p - 0,2 = \\ &= \frac{0,2 \cdot 0,01p - 0,2 \cdot (2 + 0,01p)}{2 + 0,01p} = \frac{0,2 \cdot (0,01p - 2 - 0,01p)}{2 + 0,01p} = \frac{-0,4}{2 + 0,01p} = \\ &= \frac{-40}{200 + p} = -40 \cdot \frac{1}{200 + p} \end{aligned}$$

5. Определяем оригинал тока.

$$i_L(t) = 20e^{-200t}$$

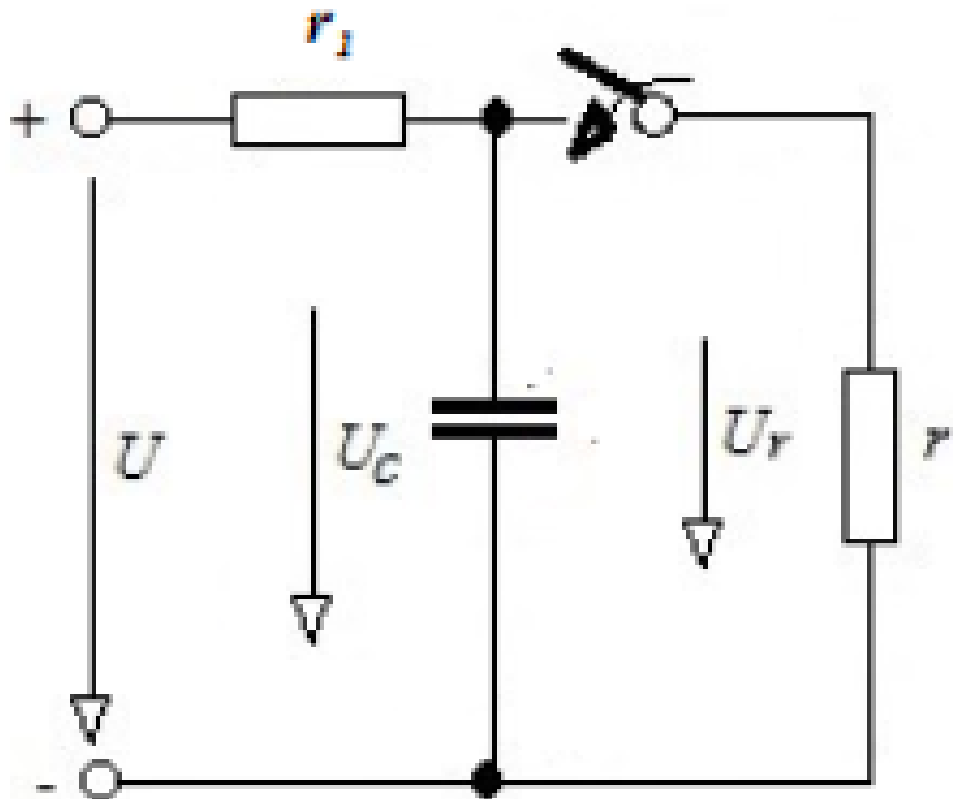
6. Определяем оригинал напряжения.

$$U_{i_L}(t) = -40e^{-200t}$$

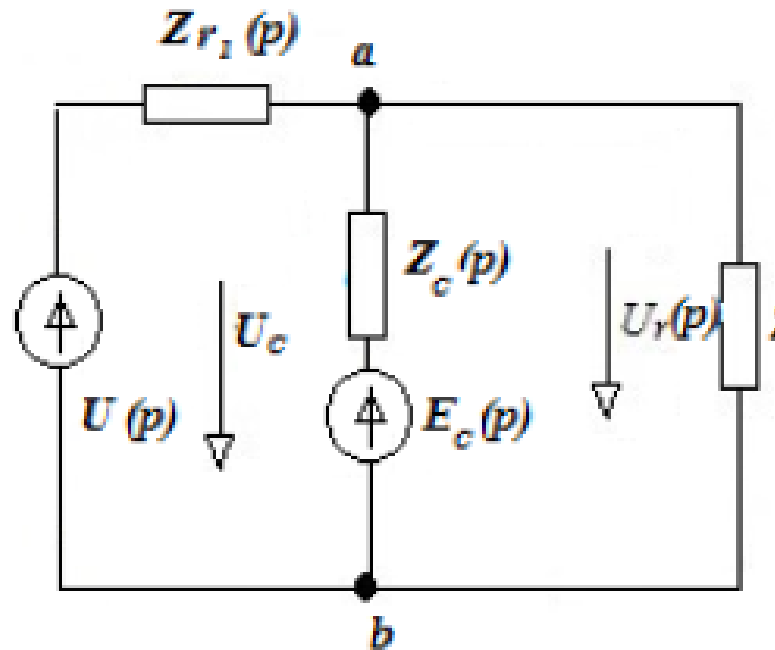
## ЗАДАЧА

$U = 100 \text{ В}$ ,  $C = 100 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ ,  $r_1 = r_2 = 50 \text{ Ом}$ .

Определить напряжение на конденсаторе.



1. Изображения схемы замещения:



$$U(p) = \frac{U}{p} = \frac{100}{p};$$

$$Z_{r_1} = Z_{r_2} = r_1 = 50;$$

$$Z_c = \frac{1}{Cp} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6} p} = \frac{10^4}{p}.$$

$$E_c(p) = 100$$

Напряжение на конденсаторе до коммутации:

$$E_c(p) = \frac{E(0)}{p} = \frac{100}{p}$$

2. Напряжение на конденсаторе по методу двух узлов составит:

$$\begin{aligned} U_c(p) = U_{ab}(p) &= \frac{U(p) \frac{1}{Z_{r_1}(p)} + E_c(p) \frac{1}{Z_c(p)}}{\frac{1}{Z_{r_1}(p)} + \frac{1}{Z_c(p)} + \frac{1}{Z_{r_2}(p)}} = \frac{\frac{100}{p} \cdot \frac{1}{50} + \frac{100}{p} \cdot \frac{p}{10^4}}{\frac{1}{50} + \frac{p}{10^4} + \frac{1}{50}} \cdot \frac{p}{p} = \\ &= \frac{2 + 0,01p}{0,02p + 10^{-4} p^2 + 0,02p} = \frac{2 + 0,01p}{0,04p + 10^{-4} p^2} \end{aligned}$$

3. Определяем оригинал напряжения на конденсаторе, используя теорему разложения:

$$B(p) = 0 \quad 0,04p + 10^{-4}p^2 = 0$$

$$p_1 = 0 \text{ сек}^{-1} \quad p_2 = -400 \text{ сек}^{-1}$$

$$A_1(p_1) = 2 + 0,01p = 2$$

$$B'(p) = 2 \cdot 10^{-4}p + 0,04$$

$$A_2(p_2) = 2 + 0,01p = -2$$

$$B'(p_1) = 2 \cdot 10^{-4} \cdot (-0) + 0,04 = 0,04$$

$$B'(p_2) = 2 \cdot 10^{-4} \cdot (-400) + 0,04 = -0,04$$

Оригинал напряжения на конденсаторе:

$$U_c(t) = \frac{2}{0,04} e^{0t} + \frac{-2}{-0,04} e^{-400t} = 50 + 50e^{-400t}$$