

## **Раздел 2. Эргатические системы**

### **Тема 7. Информационные аспекты изучения эргатических систем**

#### **7.1. Информационный анализ и синтез эргатических систем**

Задачи анализа эргатических систем управления решаются, как правило, на стадиях ее эксплуатации, транспортирование, снятие с эксплуатации и списание. Анализ используется также для исследования различных вариантов вновь создаваемых эргатических систем управления с целью выбора лучшего варианта.

Задачи синтеза эргатических систем управления решаются на различных этапах их проектирования и создания. К задачам синтеза эргатических систем управления относится процесс принятия решения о целесообразности того или иного нововведения и обоснованного выбора направлений предпроектных исследований.

Структурный анализ и синтез эргатических систем управления направлен на решение следующих задач:

- описание состава организации эргатической системы управления и построение её структурной схемы;
- определение рационального числа уровней управления, состава и мест размещения звеньев управления; – построение обобщённой структурной информационной модели эргатической системы управления;
- описание материальных, вещественных и информационных связей.

Функциональный анализ и синтез эргатических систем управления направлен на решение следующих основных задач:

- анализ функций управления в структурных подразделениях;
- выбор состава автоматизируемых функций и определение их взаимодействий;
- определение способов сбора, хранения и отображения информации, необходимой для функционирования системы управления;
- определение порядка обработки информации;
- создание системы контроля за доведением решений и их исполнением, а также оценка результатов выполненных решений;
- учёт психологических факторов оператора при управлении сложными эргатическими системами управления.

Информационного анализа и синтеза эргатических систем управления заключаются в исследовании и поиске рациональных способов взаимодействия оператора с техническими средствами.

Параметрический анализ и синтез эргатической системы управления связаны с исследованием и количественной оценкой разнообразных свойств и различных условий функционирования оперативного персонала и используемых технических средств управления.

Из большого количества различных показателей качества работы людей в эргатических системах управления наиболее часто используют:

Быстродействие оператора характеризуют длительностью рабочего цикла;

Напряженность работы оператора определяется степенью функционального напряжения его организма, нервного или физического;

Экономичность оператора определяется как отношение количественного результата его работы к затратам на подготовку и поддержание квалификации оператора;

Надежность оператора характеризует его свойство выполнять заданные функции в течение определенного времени при заданных условиях работы. Показатели надежности человеко–машинных систем должны учитывать свойства и человека, и машины. Однако если методы оценки надежности машин достаточно хорошо разработаны, то расчет надежности людей–операторов представляет известные трудности и составляет в настоящее время одну из актуальных проблем в теории эргатических систем управления.

## **7.2. Сигналы в системах.**

Для того чтобы два объекта содержали информацию друг о друге необходимо, чтобы между их состояниями существовало соответствие. Только при этом условии по состоянию одного объекта можно судить о состоянии другого. Такое соответствие может установиться только в результате физического взаимодействия между этими объектами. Соответствие между состоянием двух объектов может устанавливаться и с помощью взаимодействия с промежуточными объектами, например, сигналами.

Сигнал есть материальный носитель информации, средство перенесения информации в пространстве и времени.

Утверждая, что объекты выступают в качестве сигналов, мы должны сделать уточнение. Один и тот же объект может выступать в качестве разных сигналов. Например, колебания воздуха могут нести звуки музыки, речь лектора, пение птиц и шум самолета; с магнитной ленты можно стереть одну запись и сделать другую и т.д. Следовательно, *в качестве сигналов используются не сами по себе объекты, а их состояния.*

Далее, не всякое состояние имеет сигнальные свойства. Точнее говоря, данный объект взаимодействует не только с тем объектом, информацию о котором мы хотели бы получить, но и с другими, не интересующим нас объектами. В результате соответствие состояния ослабевает, разрушается. Условия, обеспечивающие установление и способствующие сохранению сигнального соответствия состояний, называются *кодом*. Посторонние воздействия,

нарушающие это соответствие, называются *помехами* или *шумами*. Нарушение соответствия может происходить не только вследствие помех, но из-за рассогласования кодов взаимодействующих объектов. В искусственных системах, где такое согласование организуется специально, это явно видно на примере криптографии, основанной на засекречивании кодов. В природных системах согласование кодов происходит в самой структуре систем через естественный отбор различных вариантов. В искусственных системах кодом называют комплекс правил образования сигнала. При более подробном рассмотрении этого процесса в технических системах кодом называют условные, варьируемые правила, а диктуемые техникой условия называют *модуляцией*. Мы же пока будем использовать самое общее употребление слова «код».

Поскольку сигналы служат для переноса информации в пространстве и времени, для образования сигналов могут использоваться только объекты, состояния которых достаточно устойчивы по отношению к течению времени или к изменению положения в пространстве. С этой точки зрения сигналы делятся на два типа.

К первому типу относятся сигналы, являющиеся стабильными состояниями физических объектов. Например, книга, фотография, магнитофонная запись, состояние памяти ЭВМ и т.д. такие сигналы называются *статическими*.

Ко второму типу относятся сигналы, в качестве которых используются динамические состояния силовых полей. Такие поля характеризуются тем, что изменение их состояния не может быть локализовано в неизолированной части поля и приводит к распространению возмущения. Конфигурация этого возмущения во время распространения обладает определенной устойчивостью, что обеспечивает сохранения сигнальных свойств. Примерами таких сигналов могут служить звуки (изменение состояния поля упругости в газе, жидкости или твердом теле), световые и радиосигналы (изменения состояния электромагнитного поля). Сигналы указанного типа называются *динамическими*. Понятно, что динамические сигналы используются преимущественно для передачи, а статические – для хранения информации. Однако можно указать и на противоположные примеры – динамические запоминающие устройства, письма, газеты.

Сигналы играют в системах особую, очень важную роль. Если энергетические и вещественные потоки, образно говоря, питают систему, то потоки информации, переносимые сигналами, организуют все ее функционирование, управляют ею. Н. Винер, например, подчеркивал, что общество простирается до тех пределов, до каких распространяется информация. Пожалуй, это следует отнести к любой системе.

Первое и, быть может, главное отличие подхода к изучению объекта как системы и состоит в том, что мы не ограничиваемся только рассмотрением и описанием вещественной и энергетической его сторон, но и (прежде всего) проводим исследование его информационных аспектов: целей, сигналов, информационных потоков, управления, организации и т.д.

### 7.3. Энтропия и ее свойства.

Примем (пока без обоснования) в качестве меры неопределенности случайного объекта  $A$  с конечным множеством возможных состояний  $A_1, \dots, A_n$  соответствующими вероятностями

$p_1, \dots, p_n$  величину

$$H(A) = H(\{p_i\}) = - \sum_i^n p_i \log p_i \quad (7.1)$$

Эту величину называют «энтропией случайного объекта  $A$ » (или распределения  $\{p_i\}$ ).

Убедимся, что этот функционал обладает свойствами, которые вполне естественны для меры неопределенности.

1.  $H(p_1 \dots p_n) = 0$  в том и только в том случае, когда какое-нибудь одно из  $\{p_i\}$  равно единице (а остальные – нули). Это соответствует случаю, когда исход опыта может быть предсказан с полной достоверностью, т.е. когда отсутствует всякая неопределенность. Во всех других случаях энтропия положительна. Это свойство проверяется непосредственно.

2.  $H(p_1 \dots p_n)$  достигает наибольшего значения при  $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1/n$  т.е. в случае максимальной неопределенности. Действительно, вариация  $H$  по  $p_i$  при условии  $\sum p_i = 1$  дает  $p_i = \text{const} = 1/n$ .

3. Если  $A$  и  $B$  – независимые случайные объекты, то  $H(A \cap B) = H(\{p_i q_k\}) = H(\{p_i\}) + H(\{q_k\}) = H(A) + H(B)$  (7.2)

Это свойство проверяется непосредственно.

4. Если  $A$  и  $B$  – зависимые случайные объекты, то  $H(A \cap B) = H(A) + H(B/A) = H(B) + H(A/B)$ , (7.3) где условная энтропия  $H(A/B)$  определяется как математическое ожидание энтропии условного распределения. Это свойство проверяется непосредственно.

5. Имеет место неравенство  $H(A) \geq H(A/B)$ , что согласуется с интуитивным предположением о том, что знание состояния объекта  $B$  может только уменьшить неопределенность объекта  $A$ , а если они независимы, то оставит ее неизменной.

Как видим, свойства функционала  $H$  позволяют использовать его в качестве меры неопределенности.

Дифференциальная энтропия. Обобщение столь полезной меры неопределенности на непрерывные случайные величины наталкивается на ряд сложностей, которые, однако, преодолимы. Прямая аналогия

$$- \sum p_k \log p_k \rightarrow - \int p(x) \log p(x) dx \quad (7.4)$$

не приводит к нужному результату. Плотность  $p(x)$  является размерной величиной (размерность плотности  $p(x)$  обратно пропорциональна  $x$ ) а логарифм размерной величины не имеет смысла. Однако положение можно исправить, умножив  $p(x)$  под знаком логарифма на величину  $K$ , имеющую ту же размерность, что и величина  $x$ :

$$-\sum p_k \log p_k \rightarrow -\int p(x) \log[Kp(x)] dx \quad (7.5)$$

Теперь величину  $K$  можно принять равной единице измерения  $x$ , что приводит к функционалу

$$h(X) = -\int p(x) \log p(x) dx \quad (7.6)$$

который получил название «дифференциальной энтропии». Это аналог энтропии дискретной величины, но аналог условный, относительный: ведь единица измерения произвольна. Запись (7.6) означает, что мы как бы сравниваем неопределенность случайной величины, имеющей плотность  $p(x)$ , с неопределенностью случайной величины, равномерно распределенной в единичном интервале. Поэтому величина  $h(X)$  в отличие от  $H(X)$  может быть не только положительной. Кроме того,  $h(X)$  изменяется при нелинейных преобразованиях шкалы  $x$ , что в дискретном случае не играет роли. Остальные свойства  $h(X)$  аналогичны свойствам  $H(X)$ , что делает дифференциальную энтропию очень полезной мерой.

Пусть, например, задача состоит в том, чтобы, зная лишь некоторые ограничения на случайную величину (типа моментов, пределов области возможных значений и т.п.), задать для дальнейшего (каких-то расчетов или моделирования) конкретное распределение. Один из подходов к решению этой задачи дает «принцип максимума энтропии»: из всех распределений, отвечающих данным ограничениям, следует выбирать то, которое обладает максимальной дифференциальной энтропией. Смысл этого критерия состоит в том, что, выбирая максимальное по энтропии распределение, мы гарантируем наибольшую неопределенность, связанную с ним, т.е. имеем дело с наихудшим случаем при данных условиях.

Фундаментальное свойство энтропии случайного процесса. Особое значение энтропия приобретает в связи с тем, что она связана с очень глубокими, фундаментальными свойствами случайных процессов. Покажем это на примере процесса с дискретным временем и дискретным конечным множеством возможных состояний.

Назовем каждое такое состояние «символом», множество возможных состояний – «алфавитом», их число  $m$  – «объемом алфавита». Число возможных последовательностей длины  $n$ , очевидно, равно  $m^n$ . Появление конкретной последовательности можно рассматривать как реализацию одного из  $m^n$  возможных событий. Зная вероятности символов и условные вероятности появления следующего символа, если известен предыдущий (в случае их зависимости), можно вычислить вероятность  $P(C)$  для каждой последовательности  $C$ . Тогда энтропия множества  $\{C\}$ , по определению, равна

$$H_n = -\sum_{C \in \{C\}} P(C) \cdot \log P(C) \quad (7.7)$$

Определим энтропию процесса  $H$  (среднюю неопределенность, приходящуюся на один символ) следующим образом:

$$H = \lim_{n \rightarrow \infty} [H_n / n] \quad (7.8)$$

$n \rightarrow \infty$

На множестве  $\{C\}$  можно задать любую числовую функцию  $f_n(C)$ , которая, очевидно, является случайной величиной. Определим  $f_n(C)$  с помощью соотношения

$$f_n(C) = -[1/n] \log P(C) . (7.9)$$

Математическое ожидание этой функции

$$M\{ f_n(C) \} = \sum P(C) f_n(C) = - [1/n] \sum P(C) \log P(C) (7.10) \text{ откуда}$$

следует, что

$$M\{-[1/n]\log P(C)\} = H_n / n (7.11) \text{ и}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M\{-[1/n]\log P(C)\} = H (7.12)$$

$n \rightarrow \infty$

Это соотношение является одним из проявлений более общего свойства дискретных эргодических процессов. Оказывается, что не только математическое ожидание величины  $f_n(C)$  при  $n \rightarrow \infty$  имеет своим пределом  $H$ , но и сама эта величина  $f_n(C)$  стремится к  $H$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Другими словами, как бы малы ни были  $\varepsilon > 0$  и  $\delta > 0$ , при достаточно большом  $n$  справедливо неравенство

$$P\{ | [1/n] \cdot \log P(C) + H | > \varepsilon \} < \delta , (7.13.)$$

т.е. близость  $f_n(C)$  к  $H$  при больших  $n$  является почти достоверным событием.

Для большей наглядности сформулированное фундаментальное свойство случайных процессов обычно излагают следующим образом. Для любых заданных  $\varepsilon > 0$  и  $\delta > 0$  можно найти такое  $n_0$ , что реализация любой длины  $n > n_0$  распадается на два класса:

- группа реализаций, вероятность  $P(C)$  которых удовлетворяет неравенству

$$| [1/n] \cdot \log P(C) + H | < \varepsilon ; (7.14)$$

- группа реализаций, вероятности которых этому неравенству не удовлетворяют.

Так как согласно (7.13) суммарные вероятности этих групп равны соответственно  $1 - \delta$  и  $\delta$ , то первая группа называется «высоковероятной», а вторая – «маловероятной».

Это свойство эргодических процессов приводит к ряду важных следствий, из которых три заслуживают особого внимания.

1) независимо от того, каковы вероятности символов и каковы статистические связи между ними, все реализации высоковероятной группы приблизительно равновероятны (см.(7.14). Это следствие, в частности, означает, что при известной вероятности  $P(C)$  одной из реализаций высоковероятной группы можно оценить число  $N_1$  реализаций в этой группе:

$$N_1 = 1 / P(C) . (7.15)$$

2) Энтропия  $H_n$  с высокой точностью равна логарифму числа реализаций в высоковероятной группе:

$$H_n = n \cdot H = \log N_1 (7.16)$$

3) При больших  $n$  высоковероятная группа обычно охватывает лишь ничтожную долю всех возможных реализаций (за исключением случая равновероятных и независимых символов, когда все реализации равновероятны и

$$\text{и } H = \log m ).$$

Действительно, из соотношения (7.16) имеем  $N_1 = \alpha^{nH}$ , где  $\alpha$  - основание логарифма. Число  $N$  всех возможных реализаций есть

$$N = m^n = \alpha^{n \log m} . (7.17)$$

Доля реализаций высоковероятной группы в общем числе реализаций выражается формулой

$$N_1 / N = \alpha^{-n(\log m - H)} (7.18)$$

и при  $H < \log m$  эта доля неограниченно убывает с ростом  $n$ . Например, если  $\alpha = 2$ ,  $n = 100$ ,  $H = 2,75$ ,  $m = 8$ , то  $(N_1 / N) = 2^{-25} = (3 \cdot 10^7)^{-1}$ , т.е. к высоковероятной группе относится лишь одна тридцати миллионная доля всех реализаций!

Строгое доказательство фундаментального свойства эргодических процессов здесь не приводится. Однако следует отметить, что в простейшем случае независимости символов это свойство является следствием закона больших чисел. Действительно, закон больших чисел утверждает, что с вероятностью, близкой к 1, в длинной реализации  $i$ -й символ, имеющий вероятность  $P_i$  встретится примерно  $nP_i$  раз. Следовательно вероятность реализации высоковероятной группы есть

$$P(C) = \prod \{ p_i^{n p_i} \} (7.18) \text{ откуда}$$

$$-\log P(C) = -n \sum p_i \log p_i = n H (7.19)$$

i=1

что и доказывает справедливость фундаментального свойства в этом случае.

### **Контрольные вопросы**

1. Назовите основные задачи синтеза эргатических систем управления.
2. Какие типы сигналов вы знаете?
3. Сигналы играют в системах особую, очень важную роль..
4. Поясните, что представляет собой код.
5. Перечислите основные эргатических функции.
6. Назовите особенности эргатических систем управления