Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники
Кафедра информационных технологий
автоматизированных систем

В. С. Муха

Случайные процессы в системах обработки информации

Тесты

для магистрантов специальности

1-40 80 02«Системный анализ, управление и обработка информации

(по отраслям)»

Минск 2020

Содержание

1. Общие положения теории случайных процессов 3
2. Цепи Маркова 7
3. Потоки требований в системах массового обслуживания 13
4. Цепи Маркова с непрерывным временем 14

1. Общие положения теории случайных процессов

1.1. Пусть $\xi(t)$ – случайный процесс. Функция вида

$$F_\xi(x_1,...,x_n,t_1,...,t_n) = P(\xi(t_1) < x_1,...,\xi(t_n) < x_n),$$

где P – вероятность, называется 1) конечномерной характеристической функцией случайного процесса $\xi(t)$ 2) конечномерной функцией правдоподобия случайного процесса $\xi(t)$ 3) конечномерной функцией распределения случайного процесса $\xi(t)$ 4) конечномерной плотностью вероятности случайного процесса $\xi(t)$ (выбрать один вариант).

1.2. Пусть $\xi(t)$ – случайный процесс. Функция вида

$$a_\xi(t) = E(\xi(t)),$$

где $E(\cdot)$ – математическое ожидание, называется 1) ковариационной функцией случайного процесса $\xi(t)$ 2) математическим ожиданием случайного процесса $\xi(t)$ 3) дисперсией случайного процесса $\xi(t)$ 4) корреляционной функцией случайного процесса $\xi(t)$ (выбрать один вариант).

1.3. Пусть $\xi(t)$ – случайный процесс. Функция вида

$$\sigma_\xi^2(t) = E((\xi(t) - E(\xi(t)))^2),$$

где $E(\cdot)$ – математическое ожидание, называется 1) ковариационной функцией случайного процесса $\xi(t)$ 2) математическим ожиданием случайного процесса $\xi(t)$ 3) дисперсией случайного процесса $\xi(t)$ 4) корреляционной функцией случайного процесса $\xi(t)$ (выбрать один вариант).

1.4. Пусть $\xi(t)$ – случайный процесс. Функция вида

$$R_\xi(t_1,t_2) = E\left((\xi(t_1) - E(\xi(t_1)))(\xi(t_2) - E(\xi(t_2)))\right),$$

где $E(\cdot)$ – математическое ожидание, называется 1) ковариационной функцией случайного процесса $\xi(t)$ 2) математическим ожиданием случайного процесса $\xi(t)$ 3) дисперсией случайного процесса $\xi(t)$ 4) корреляционной функцией случайного процесса $\xi(t)$ (выбрать один вариант).

1.5. Случайный процесс $\xi(t)$, для которого выполняются равенства

$$E(\xi(t)) = const, \quad E((\xi(t) - E(\xi(t)))^2) = const,$$

$$E\left((\xi(t_1) - E(\xi(t_1)))(\xi(t_2) - E(\xi(t_2)))\right) = R_\xi(t - t_2),$$

где $E(\cdot)$ – математическое ожидание, называется 1) стационарным в узком смысле 2) стационарным в широком смысле 3) стационарным в целом 4) стационарным в среднем квадратичном (выбрать один вариант).

1.6. Случайный процесс $\xi(t)$, для которого выполняется равенство

$$F_\xi(x_1,...,x_n,t_1,...,t_n) = F_\xi(x_1,...,x_n,t_1+\tau,...,t_n+\tau)$$

для любых $t_1,...,t_n,\tau$, где $F_\xi(x_1,...,x_n,t_1,...,t_n)$, $F_\xi(x_1,...,x_n,t_1+\tau,...,t_n+\tau)$ – конечномерные функции распределения, называется 1) стационарным в узком смысле 2) стационарным в широком смысле 3) стационарным в целом 4) стационарным в среднем квадратичном (выбрать один вариант).

1.7. Ковариационная функция случайного процесса $\xi(t)$ определяется 1) одномерным распределением 2) двумерным распределением 3) трехмерным распределением (выбрать один вариант).

1.8. Дисперсия случайного процесса $\xi(t)$ определяется 1) одномерным распределением 2) двумерным распределением 3) трехмерным распределением (выбрать один вариант).

1.9. Равенство

$$F_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3) = F_{\xi}(x_3, x_2, x_1, t_3, t_2, t_1),$$

где $F_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3)$ – трехмерная функция распределения случайного процесса $\xi(t)$, называется 1) условием регулярности 2) условием непрерывности 3) условием симметрии 4) условием согласованности (выбрать один вариант).

1.10. Равенство

$$\lim_{x_2\to\infty} F_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3) = F_{\xi}(x_1, x_3, t_1, t_3),$$

где $F_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3)$ – трехмерная функция распределения случайного процесса $\xi(t)$, называется 1) условием регулярности 2) условием непрерывности 3) условием симметрии 4) условием согласованности (выбрать один вариант).

1.11. Равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3)dx_3 = f_{\xi}(x_1, x_3, t_1, t_3),$$

где $f_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3)$ – трехмерная плотность вероятности случайного процесса $\xi(t)$, называется 1) условием регулярности 2) условием непрерывности 3) условием согласованности 4) условием симметрии (выбрать один вариант).

1.12. Равенство

$$f_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3) = f_{\xi}(x_2, x_1, x_3, t_2, t_1, t_3),$$

где $f_{\xi}(x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3)$ – трехмерная плотность вероятности случайного процесса $\xi(t)$, называется 1) условием регулярности 2) условием непрерывности 3) условием симметрии 4) условием согласованности (выбрать один вариант).

1.13. Пусть $\xi(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in T$, – скалярный случайный процесс, заданный на вероятностном пространстве $\{\Omega, F, P\}$. Функция $\xi(\omega, t_1)$, где t_1 – фиксированное число, называется 1) разрезом 2) срезом 3) реализацией 4) сечением 5) траекторией 6) слоем 7) выборочной функцией 8) ломтиком случайного процесса $\xi(\omega, t)$ (выбрать один вариант).

1.14. Пусть $\xi(\omega, t)$, $\omega \in \Omega$, $t \in T$, – скалярный случайный процесс, заданный на вероятностном пространстве $\{\Omega, F, P\}$. Функция $\xi(\omega_1, t)$, где ω_1 – фиксированный элемент множества Ω, называется 1) разрезом 2) срезом 3) реализацией 4) сечением 5) траекторией 6) слоем 7) выборочной функцией 8) ломтиком случайного процесса $\xi(\omega, t)$ (выбрать один вариант).

1.15. Случайный процесс $\xi(\omega, t)$ называется гауссовским, если 1) он предложен Гауссом 2) все его одномерные распределения гауссовские 3) все его конечномерные распределения нормальные 4) он рассчитывается методом исключения Гаусса (выбрать один вариант).

1.16. Функция вида

$$s_\xi(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\tau\lambda} R_\xi(\tau) d\tau$$

где $R_\xi(\tau)$ – ковариационная функция стационарного случайного процесса $\xi(t)$, называется 1) спектральной функцией случайного процесса $\xi(t)$ 2) спектральной плотностью случайного процесса $\xi(t)$ 3) спектральным представлением случайного процесса $\xi(t)$.

1.17. Случайный процесс $\xi(t)$ называется белым шумом, если 1) его ковариационная функция постоянна 2) его спектральная функция постоянна 3) $\int_{-\infty}^{\infty} R_\xi(\tau) e^{-i\tau\lambda} d\tau = const$ ($R_\xi(\tau)$ – ковариационная функция).

1.18. Ковариационная функция $R_\xi(\tau)$ стационарного случайного процесса $\xi(t)$ удовлетворяет формуле

$$R_\xi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_\xi(\lambda) e^{i\tau\lambda} d\lambda,$$

где $s_\xi(\lambda)$ 1) корреляционная функция 2) одномерная плотность вероятности 3) спектральная функция 4) спектральная плотность.

1.19. Дисперсия $D(\xi(t))$ стационарного случайного процесса может быть получена по формуле

$$D(\xi(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} s_\xi(\lambda) d\lambda,$$

где $s_\xi(\lambda)$ 1) корреляционная функция 2) спектральная плотность 3) одномерная плотность вероятности 4) спектральная функция.

1.20. Ковариационная функция стационарного случайного процесса $\xi(t)$ имеет вид

$$R_\xi(\tau) = 5e^{-2|\tau|}\cos(3\tau).$$

Чему равна дисперсия случайного процесса?

1.21. Ковариационная функция стационарного случайного процесса $\xi(t)$ имеет вид

$$R_\xi(\tau) = 2e^{-|\tau|}(1 + 3|\tau| + \frac{9\tau^2}{3}).$$

Чему равна дисперсия случайного процесса?

1.22. Ковариационная функция стационарного случайного процесса $\xi(t)$ имеет вид

$$R_\xi(t_1, t_2) = 2 + 3t_1t_2.$$

Чему равна дисперсия случайного процесса в момент времени $t = 2$? Ответ 14.

2. Цепи Маркова

2.1. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_1 в состояние E_2 за 2 шага функционирования.

2.2. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.4 & 0.2 \\ 0 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_1 в состояние E_3 за 2 шага функционирования.

2.3. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.7 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_2 в состояние E_1 за 2 шага функционирования.

2.4. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.4 \\ 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.3 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_2 в состояние E_3 за 2 шага функционирования.

2.5. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.6 & 0 & 0.4 \\ 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_3 в состояние E_1 за 2 шага функционирования.

2.6. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_3 в состояние E_2 за 2 шага функционирования.

2.7. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_1 в состояние E_1 за 2 шага функционирования.

2.8. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0.2 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_2 в состояние E_2 за 2 шага функционирования.

2.9. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.5 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_3 в состояние E_3 за 2 шага функционирования.

2.10. Система с тремя состояниями E_1, E_2, E_3 описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.4 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдите вероятность перехода системы из состояния E_3 в состояние E_1 за 2 шага функционирования.

2.11. Система с двумя состояниями $E_1 = 2$, $E_2 = 1$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.5 \quad 0.5)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.12. Система с двумя состояниями $E_1 = -1$, $E_2 = 1$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.6 \quad 0.4)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.13. Система с двумя состояниями $E_1 = -2$, $E_2 = 1$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.4 \quad 0.6)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.14. Система с двумя состояниями $E_1 = 1$, $E_2 = 4$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.3 \quad 0.7)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.15. Система с двумя состояниями $E_1 = 2$, $E_2 = 3$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.4 \quad 0.6)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.16. Система с двумя состояниями $E_1 = -2$, $E_2 = 2$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0 \quad 1)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.17. Система с двумя состояниями $E_1 = -3$, $E_2 = 1$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (1 \quad 0)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.18. Система с двумя состояниями $E_1 = -1$, $E_2 = 4$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.9 \quad 0.1)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.19. Система с двумя состояниями $E_1 = -3$, $E_2 = 3$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.9 \quad 0.1)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.20. Система с двумя состояниями $E_1 = -4$, $E_2 = 3$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.5 \quad 0.5)$. Найдите среднее состояние системы в нулевой момент времени и в первый момент времени (после совершения перехода за один шаг).

2.21. Система с вектором состояний $E = (0 \quad 1 \quad -1)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P=\begin{pmatrix}0.7 & 0.1 & 0.2\\ 0.2 & 0.5 & 0.3\\ 0 & 0.4 & 0.6\end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A=(0.2 \quad 0.3 \quad 0.5)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E=0$.

2.22. Система с вектором состояний $E=(1 \quad 3 \quad 4)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P=\begin{pmatrix}0.5 & 0.5 & 0\\ 0 & 0.5 & 0.5\\ 0.5 & 0 & 0.5\end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A=(0.5 \quad 0.5 \quad 0)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E=3$.

2.23. Система с вектором состояний $E=(0 \quad 1 \quad -1)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P=\begin{pmatrix}0.4 & 0.2 & 0.4\\ 0.3 & 0.7 & 0\\ 0 & 0.2 & 0.8\end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A=(0.2 \quad 0.3 \quad 0.5)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E=-1$.

2.24. Система с вектором состояний $E=(-2 \quad -1 \quad 0)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P=\begin{pmatrix}0.6 & 0.4 & 0\\ 0 & 0.4 & 0.6\\ 0.3 & 0.3 & 0.4\end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A=(0.3 \quad 0 \quad 0.7)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E=-2$.

2.25. Система с вектором состояний $E=(5 \quad 4 \quad 3)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.4 \\ 0.4 & 0 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.2 \quad 0.4 \quad 0.4)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E = 4$.

2.26. Система с вектором состояний $E = (-3 \quad -2 \quad -1)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.4 \quad 0.2 \quad 0.4)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E = -1$.

2.27. Система с вектором состояний $E = (-1 \quad 0 \quad 1)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0.2 \quad 0.3 \quad 0.5)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E = 0$.

2.28. Система с вектором состояний $E = (1 \quad -1 \quad 0)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P = \begin{pmatrix} 0.4 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 & 0 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A = (0 \quad 0.2 \quad 0.8)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E = 0$.

2.29. Система с вектором состояний $E = (1 \quad -1 \quad 0)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P=\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A=(0 \quad 0.2 \quad 0.8)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E=1$.

2.30. Система с вектором состояний $E=(1 \quad 2 \quad 5)$ описывается цепью Маркова с матрицей вероятностей перехода за один шаг

$$P=\begin{pmatrix} 0.4 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 & 0 \end{pmatrix}$$

и вектором безусловных вероятностей состояний в начальный (нулевой) момент времени $A=(0.6 \quad 0 \quad 0.4)$. Найдите вероятность того, что после совершения перехода за два шага система будет находиться в состоянии $E=1$.

3. Потоки требований в системах массового обслуживания

3.1. Какими свойствами обладает простейший поток событий в системе массового обслуживания? 1) простота 2) эффективность 3) стационарность 4) несмещенность 5) ординарность 6) ограниченность последействия 7) отсутствие последействия (выбрать 3 варианта).

3.2. В систему массового обслуживания за 5 сек. в среднем поступает 10 требований. Чему равна интенсивность λ входного потока требований, если считать его простейшим?

3.3. Плотность вероятности случайного отрезка времени ξ между соседними требованиями простейшего потока имеет вид

$$f_\xi(t)=2e^{-2t},\ t>0.$$

Чему равна средняя длина этого промежутка?

3.4. На вход системы массового обслуживания поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda=0.25$. Чему равна вероятность отсутствия требований на протяжении 4 сек? Ответ округлить с точностью до 4 значащих цифр.

3.5. Плотность вероятности случайного отрезка времени ξ между соседними требованиями простейшего потока имеет вид

$$f_\xi(t)=0.5e^{-0.5t},\ t>0.$$

Чему равна функция распределения этого промежутка? Найти ее значение при $t=2$. Ответ округлить с точностью до 4 значащих цифр.

3.6. Пусть $p_k(t)$ – вероятность поступления k требований простейшего потока за время t. Свойство ординарности потока определяется следующим образом: 1) $p_{\geq 1}(t) = o(t)$ 2) $p_1(t) = o(t)$ 3) $p_{>1}(t) = o(t)$ 4) $p_{\geq 1}(h)/h \underset{h\to 0}{\to} 0$ (выбрать один вариант).

4. Цепи Маркова с непрерывным временем

4.1. Система с состояниями $E_1, E_2, \ldots$ описывается цепью Маркова с непрерывным временем с матрицей вероятностей перехода

$$P(t) = (p_{i,j}(t)),\ i, j = 1,2,\ldots,$$

где $p_{i,j}(t)$ – 1) вероятность перехода системы из состояния E_i.в состояние E_j.за время t 2) вероятность перехода системы из состояния E_j.в состояние E_i. за время t 3) вероятность перехода системы из состояния E_j.в состояние E_i. в момент времени t 4) вероятность перехода системы из состояния E_i.в состояние E_j. к моменту времени t (выбрать один вариант).

4.2. Система с состояниями $E_1, E_2, \ldots$ описывается цепью Маркова с непрерывным временем с матрицей вероятностей перехода

$$P(t) = (p_{i,j}(t)),\ i, j = 1,2,\ldots.$$

Уравнение

$$p_{i,j}(t+\tau) = \sum_k p_{i,k}(t) p_{k,j}(\tau)$$

называется 1) уравнением Колмогорова 2) уравнением Чепмена–Колмогорова 3) уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова 4) уравнением вероятностей цепи Маркова (выбрать один вариант).

4.3. Прямая система дифференциальных уравнений для цепи Маркова с непрерывным временем в матричной форме имеет вид

$$P'(t) = P(t)Q,$$

где Q –1) матрица вероятностей перехода системы за единицу времени 2) инфинитезимальная матрица 3) финитезимальная матрица (выбрать один вариант).

4.4. Уравнение Чепмена–Колмогорова для цепи Маркова с непрерывным временем имеет вид

$$P(t+\tau) = P(t)P(\tau),$$

где $P(\tau)$ 1) матрица вероятностей перехода системы за время τ 2) матрица вероятностей перехода системы в момент времени τ 3) матрица вероятностей перехода системы к моменту времени τ (выбрать один вариант).

4.5. Система с состояниями $E_0, E_1, E_2, \ldots$ описывается процессом рождения и гибели, если для нее возможны переходы 1) из любого состояние в любое 2) из состояния E_i в состояние E_{i+1} 3) из состояния E_i в состояние E_{i+1} и из состояния E_{i+1} в состояние E_i (выбрать один вариант).

4.6. Пуассоновский поток требований в системе массового обслуживания относится к классу процессов 1) рождения и гибели 2) гауссовских 3) чистого рождения 4) стационарных (выбрать один вариант).

4.7. Пуассоновский поток требований в системе массового обслуживания описывается формулой

$$p_{0,k}(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},\ k = 0,1,2,\ldots\ ,$$

где λ 1) количество требований, поступивших в СМО за время t 2) количество требований, поступивших в СМО за единицу времени 3) среднее количество требований, поступивших в СМО за единицу времени (выбрать один вариант).